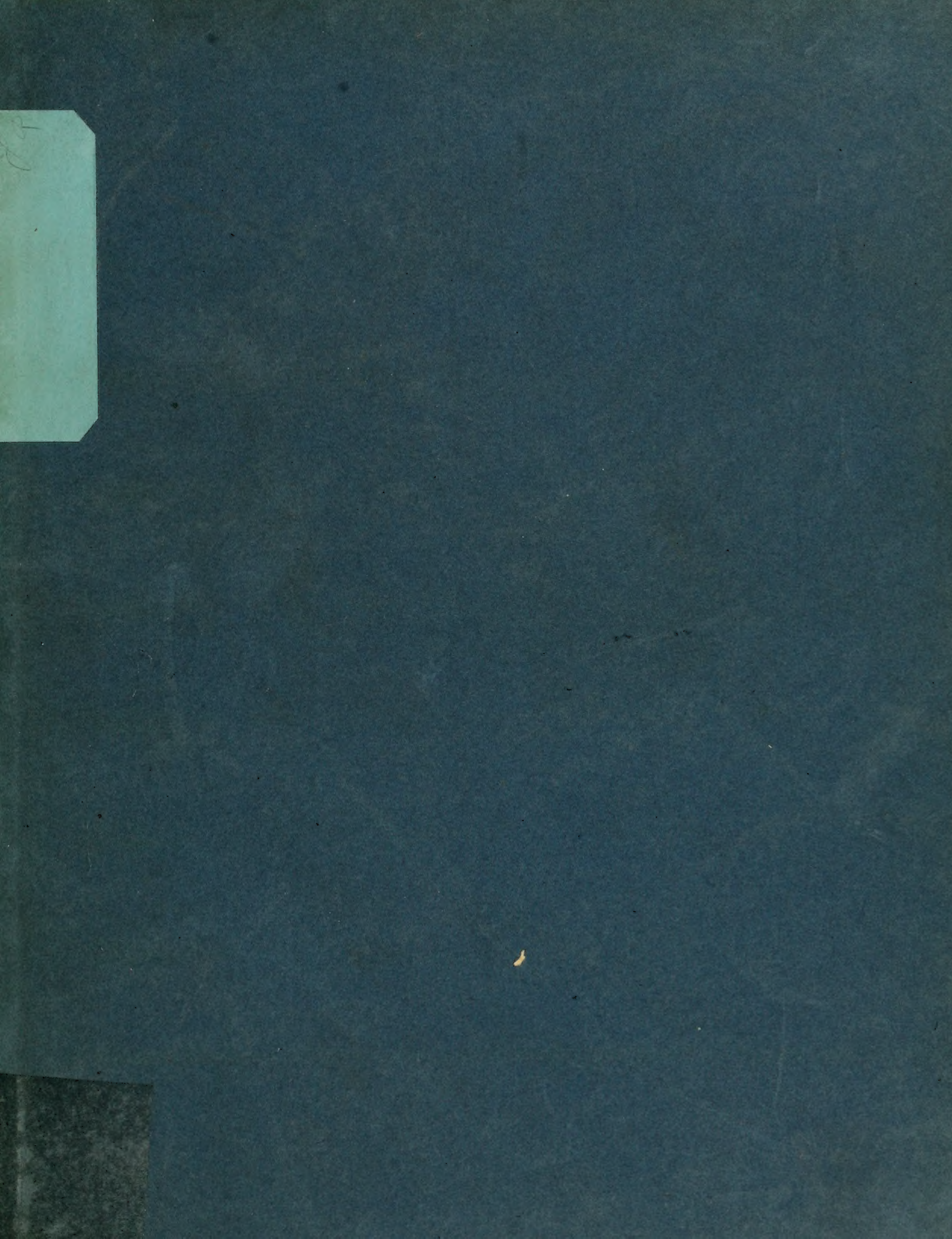






ABHANDLUNGEN

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1909.

PHYSIKALISCH-MATHEMATISCHE CLASSE.

ABHANDLUNGEN

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

JAHRGANG 1909.

PHYSIKALISCH-MATHEMATISCHE CLASSE.

MIT 15 TAFELN.

BERLIN 1909.

VERLAG DER KÖNIGLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

IN COMMISSION BEI GEORG REIMER.



Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

Inhalt.

Abhandlungen.

Anhang.

Abhandlungen nicht zur Akademie gehöriger Gelehrter.

Jahr 1909.

Öffentliche Sitzungen.

Sitzung am 28. Januar zur Feier des Geburtsfestes Seiner Majestät des Kaisers und Königs und des Jahrestages König Friedrich's II.

Der an diesem Tage vorsitzende Secretar Hr. Waldeyer eröffnete die Sitzung mit einer auf die Festfeier bezüglichen Ansprache. Darauf hielt Hr. Orth den wissenschaftlichen Festvortrag: Über die Krebsgeschwulst des Menschen. Alsdann wurden im Auszuge die Jahresberichte über die wissenschaftlichen Unternehmungen der Akademie und über die ihr angegliederten Stiftungen und Institute erstattet, welche im Sitzungsbericht im Wortlaut abgedruckt sind. Weiter wurde verkündigt, dafs Seine Majestät der Kaiser und König geruht haben, dem ordentlichen Professor an der Universität München Dr. Sigmund Ritter von Riezler für seine »Geschichte Bayerns« den Verdun-Preis zu ertheilen, ferner, dafs die Akademie ihrem ordentlichen Mitglied Hrn. Emil Fischer die Helmholtz-Medaille verliehen habe. Zum Schlufs folgte der Bericht über die seit dem letzten Friedrichs-Tage (23. Januar 1908) in dem Personalstande der Akademie eingetretenen Veränderungen.

Sitzung am 1. Juli zur Feier des Leibnizischen Jahrestages.

Hr. Vahlen, als vorsitzender Secretar, eröffnete die Sitzung mit einer Ansprache über Leibniz und Schleiermacher.

Darauf hielten das bereits im Jahre 1904 eingetretene Mitglied der physikalisch-mathematischen Classe Hr. Koch, der bisher durch Auslandsreisen verhindert war, an der Leibniz-Sitzung theilzunehmen, sowie die seit dem letzten Leibniz-Tage (2. Juli 1908) neu eingetretenen Mitglieder, Hr. Liebisch von der physikalisch-mathematischen und Hr. Seler von der philosophisch-historischen Classe ihre Antrittsreden. Es antworteten die beständigen Secretare, und zwar HH. Koch und Liebisch Hr. Waldeyer, Hrn. Seler Hr. Diels.

Weiter hielten die HH. Eduard Meyer und Wilhelm Schulze Gedächtnifsreden auf Eberhard Schrader und Richard Pischel. Alsdann wurde verkündigt, dafs die Akademie die Leibniz-Medaille in Gold Hrn. Ernest Solvay in Brüssel und Hrn. Geheimen Regierungsrath Dr. Henry T. von Böttinger in Elberfeld verliehen habe. Schliefslich erfolgten Mittheilungen betreffend die Akademische Preisaufgabe für 1909, eine Preisaufgabe der Charlotten-Stiftung für 1910, die Preisausschreibung aus der Graf Loubat-Stiftung für 1911 und das Stipendium der Eduard Gerhard-Stiftung.

Verzeichnifs der im Jahre 1909 gelesenen Abhandlungen.

Physik und Chemie.

Nernst, über die Berechnung elektromotorischer Kräfte aus thermischen Gröfsen. (G. S. 21. Jan.; *S. B.* 11. Febr.)

Miethe, Prof. A., und Dr. E. Lehmann, über das ultraviolette Ende des Sonnenspectrums. Vorgelegt von Rubens. (G. S. 21. Jan.; *S. B.* 11. Febr.)

Schaefer, Dr. C., über die Beugung elektromagnetischer Wellen an isolirenden cylindrischen Hindernissen. Vorgelegt von Planck. (G. S. 21. Jan.; *S. B.* 25. Febr.)

Rubens und Prof. E. Hagen, über die Abhängigkeit des Emissionsvermögens der Metalle von der Temperatur. (Cl. 4. März; *S. B.* 18. März.)

Landolt, über die bei chemischen Umsetzungen beobachteten kleinen Abnahmen des Gesammtgewichtes der Körper und die darüber gegebenen Erklärungen. (Cl. 22. April.)

Fischer und Dr. K. Delbrück, eine Methode zur Bereitung der Disaccharide vom Typus der Trehalose. (Cl. 8. Juli.)

Fischer und E. Flatau, optisch active Propylisopropylcyanessigsäure. (Cl. 8. Juli; *S. B.*)

Planck, über das Princip der Relativität. (Cl. 22. Juli.)

Regener, Dr. E., über Zählung der α-Theilchen durch die Scintillation und über die Gröfse des elektrischen Elementarquantums. Vorgelegt von Rubens. (Cl. 22. Juli; *S. B.*)

Warburg, zur thermodynamischen Behandlung photochemischer Wirkungen. (Cl. 21. Oct.)

van't Hoff, über synthetische Fermentwirkung. (G. S. 28. Oct.; *S. B.*)

Mineralogie, Geologie und Palaeontologie.

Tornquist, Prof. A., die Annahme der submarinen Erhebung des Alpenzuges und über Versuche, Vorstellungen über submarine Gebirgsbewegung zu erlangen. Vorgelegt von Branca. (G. S. 7. Jan.; *S. B.* 21. Jan.)

Liebisch, über Silberantimonide. (Cl. 18. März.)

Boeke, Dr. H. E., die künstliche Darstellung des Rinneits auf Grund seines Löslichkeitsdiagramms. Vorgelegt von Liebisch. (Cl. 22. April; *S. B.* 6. Mai.)

Tornquist, Prof. A., über die aufseralpine Trias auf den Balearen und in Catalonien. Vorgelegt von Branca. (G. S. 15. Juli; *S. B.*)

Botanik und Zoologie.

F. E. Schulze, über die Functionen der Luftsäcke bei den Vögeln. (Cl. 6. Mai.)

Mildbraed, Dr. J., die Vegetationsverhältnisse der centralafricanischen Seenzone vom Victoria-See bis zu den Kiwu-Vulcanen. Vorgelegt von Engler. (G. S. 15. Juli; *S. B.* 29. Juli.)

Engler, die Bedeutung der Araceen für die pflanzengeographische Gliederung des tropischen und extratropischen Ostasiens. (Cl. 16. Dec.; *S. B.*)

Anatomie und Physiologie, Pathologie.

Rubner, Grundlagen einer Theorie des Wachsthums der Zelle nach Ernährungsversuchen an Hefe. (Cl. 4. Febr; *S. B.*)

Orth, über Metaplasie. (Cl. 18. Febr.)

Waldeyer, über den Processus retromastoideus und einige andere Bildungen am Hinterhaupts- und Schläfenbein. (G. S. 25. März; *Abh.*)

Jaekel, Prof. O., über die Beurtheilung der paarigen Extremitäten. Vorgelegt von Branca. (Cl. 6. Mai; *S. B.* 13. Mai.)

Munk, über das Verhalten der niedereren Theile des Cerebrospinalsystems nach der Ausschaltung höherer Theile. (Cl. 17. Juni; *S. B.* 4. Nov.)

Jacobsohn, Dr. L., über die Kerne des menschlichen Hirnstammes. Vorgelegt von Waldeyer. (Cl. 17. Juni; *Abh.*)

O. Hertwig, über den Einfluſs von Radiumstrahlen auf embryonale thierische Zellen. (G. S. 15. Juli; *S. B.* 24. Febr. 1910.)

Poll, Prof. H., über Nebennieren bei Wirbellosen. Vorgelegt von O. Hertwig. (G. S. 15. Juli; *S. B.*)

Waldeyer, über Form-, Zahl- und Stellungsvarietäten der menschlichen Zähne. (Cl. 4. Nov.)

Orth, über einige Krebsfragen. (Cl. 18. Nov.; *S. B.* 2. Dec.)

Gorjanović-Kramberger, Prof. K., der Unterkiefer der Eskimos (Grönländer) als Träger primitiver Merkmale. Vorgelegt von Waldeyer. (Cl. 2. Dec.; *S. B.* 16. Dec.)

Astronomie, Geographie und Geophysik.

Auwers, über den Stand seiner Bearbeitung der älteren Bradley'schen Beobachtungen. (G. S. 29. April.)

Penck, Beobachtungen am Kilauea. (G. S. 29. Juli.)

Grunmach, Prof. L., über neue Methoden und Apparate zur Messung von Erderschütterungen kleinster Periode. Vorgelegt von Martens. (G. S. 29. Juli; *S. B.*)

Samter, Prof. H., über die Bahn des Planeten Egeria (13). Vorgelegt von Struve. (Cl. 18. Nov.; *S. B.* 2. Dec.)

Helmert, die Tiefe der Ausgleichsfläche bei der Pratt'schen Hypothese für das Gleichgewicht der Erdkruste und der Verlauf der Schwerestörung vom Innern der Continente und Oceane nach den Küsten. (G. S. 25. Nov.; *S. B.*)

Mathematik.

Schottky und Dr. H. Jung, neue Sätze über Symmetralfunctionen und die Abel'schen Functionen der Riemann'schen Theorie. Erste Mittheilung. (Cl. 18. Febr.; *S. B.*)

Koenigsberger, über die Beziehungen allgemeiner linearer Differentialgleichungen zu den binomischen. (Cl. 18. Febr.; *S. B.*)

Frobenius, über Matrizen aus positiven Elementen. II. (Cl. 1. April; *S. B.*)

Schottky und Dr. H. Jung, neue Sätze über Symmetralfunctionen und die Abel'schen Functionen der Riemann'schen Theorie. Zweite Mittheilung. (Cl. 27. Mai; *S. B.*)

Mechanik und Technik.

Philosophie.

Geschichte.

Koser, die Politik der Kurfürsten Friedrich II. und Albrecht von Brandenburg. (Cl. 4. März.)

Lenz, über die Entwürfe Wilhelm von Humboldt's zur Gründung der Berliner Universität. (G. S. 11. März.)

Zimmer, über directe Handelsverbindungen Westgalliens mit Irland im Alterthum und frühen Mittelalter. I. (G. S. 11. März; *S. B.*)

Harnack, die angebliche Synode von Antiochia im Jahre 324/5. Zweiter Artikel. (G. S. 11. März; *S. B.*)

Ritter, Dr. P., zwei neue Briefe von Leibniz. Vorgelegt von Lenz. (G. S. 11. März; *S. B.*)

Zimmer, über directe Handelsverbindungen Westgalliens mit Irland im Alterthum und frühen Mittelalter. II. (Cl. 18. März; *S. B.*)

Zimmer, über directe Handelsverbindungen Westgalliens mit Irland im Alterthum und frühen Mittelalter. III A. (G. S. 15. April; *S. B.*)

Dressel, das Iseum Campense auf einer Münze des Vespasianus. (Cl. 22. April; *S. B.* 6. Mai.)

Zimmer, über directe Handelsverbindungen Westgalliens mit Irland im Alterthum und frühen Mittelalter. III B. (Cl. 22. April; *S. B.*)

Burdach, über das handschriftliche Fortleben der Briefe des Cola di Rienzo. (Cl. 6. Mai.)

Schäfer, über die Haltung Gregor's VII. in der Investiturfrage. (Cl. 27. Mai.)

von Wilamowitz-Moellendorff, nordionische Steine. (G. S. 10. Juni; *Abh.*)

Meyer, Isokrates' zweiter Brief an Philipp und Demosthenes' zweite Philippika. (Cl. 17. Juni; *S. B.*)

Meyer, die Schlacht von Pydna. (Cl. 17. Juni; *S. B.*)

Ritter, Dr. P., drei neue Briefe von Leibniz. Vorgelegt von Lenz. (G. S. 15. Juli: *S. B.*)

Meyer, der Diskus von Phaestos und die Philister auf Kreta. (Cl. 21. Oct.; *S. B.*)

Schmidt, Prof. K. und Dr. W. Schubart, ein Fragment des Pastor Hermae aus der Hamburger Stadtbibliothek. Vorgelegt von Harnack. (G. S. 28. Oct.; *S. B.*)

Hirschfeld, Vermuthungen zur altrömischen Geschichte. (G. S. 9. Dec.)

Rechts- und Staatswissenschaft.

Conrat, Prof. M., Arbor iuris des früheren Mittelalters mit eigenartiger Computation. Vorgelegt von Brunner. (Cl. 27. Mai; *Abh.*)

Brunner, »Luft macht frei«. (Cl. 2. Dec.)

Allgemeine, deutsche und andere neuere Philologie.

Zimmer, Beiträge zur Erklärung altirischer Texte der kirchlichen und Profanliteratur. III. (G. S. 7. Jan.; *S. B.*)

Zimmer, Beiträge zur Erklärung altirischer Texte der kirchlichen und Profanliteratur. IV. (Cl. 14. Jan.; *S. B.*)

Schmidt, Entwurf eines Wielandischen Gelegenheitsgedichtes. (Cl. 4. Febr.; *S. B.*)

Schmidt, ein Skizzenbuch Otto Ludwigs. (G. S. 11. Febr.; *S. B.*)

W. Schulze, über eine charakteristische Construction der nordgermanischen Sprachen. (Cl. 1. April.)

Zimmer, Virgilius Maro Grammaticus in seinen Einflüssen auf altirische Sprachbetrachtung und irische Poesie. (G. S. 15. April.)

Roethe, Geschichte und Typen der mittelhochdeutschen Vorreden und Nachworte. (G. S. 13. Mai.)

Brandl, the Cock in the North. (Cl. 8. Juli; *S. B.* 18. Nov.)

Heusler, Geschichtliches und Mythisches in der germanischen Heldensage. (Cl. 22. Juli; *S. B.*)

Tobler, vermischte Beiträge zur französischen Grammatik. Fünfte Reihe. 3—8. (G. S. 11. Nov.; *S. B.*)

Classische Philologie.

von Wilamowitz-Moellendorff, Erklärungen Pindarischer Gedichte. (G. S. 24. Juni; *S. B.*)

Wegehaupt, Dr. H., die Entstehung des Corpus Planudeum von Plutarch's Moralia. Vorgelegt von v. Wilamowitz-Moellendorff. (Cl. 21. Oct.; *S. B.*)

Vahlen, über einige Lücken in der fünften Decade des Livius. (Cl. 4. Nov.; *S. B.*)

Diels, Hippokratische Forschungen. I. (Cl. 18. Nov.)

Archaeologie.

Kabbadias, die Tholos von Epidauros. (Cl. 4. März; *S. B.* 1. April.)

Kekule von Stradonitz, über den Bronzekopf eines Siegers in Olympia. (Cl. 18. März; *S. B.* 13. Mai.)

Orientalische Philologie.

Erman, über ein Denkmal memphitischer Theologie. (Cl. 18. Febr.)

Müller, manichäische Studien. (G. S. 25. Febr.)

Ramstedt, Prof. G. J., mongolische Briefe aus Idiqut-Schähri bei Turfan. Vorgelegt von Müller. (Cl. 22. April; *S. B.* 24. Juni.)

Müller, ein iranisches Sprachdenkmal aus der nördlichen Mongolei. (Cl. 27. Mai; *S. B.*)

von Le Coq, Dr. A., Köktürkisches aus Turfan. Vorgelegt von Müller. (Cl. 8. Juli; *S. B.* 21. Oct.)

von Le Coq, Dr. A., ein christliches und ein manichäisches Manuscriptfragment in türkischer Sprache aus Turfan. Vorgelegt von Müller. (G. S. 11. Nov.; *S. B.* 25. Nov.)

Sachau, über den Abschlufs der Zusammensetzung und Ordnung der zur Zeit im Königlichen Museum befindlichen Papyrus-Urkunden von Elephantine. (Cl. 16. Dec.)

Americanistik.

Seler, historische Lieder der alten Mexicaner. (Cl. 21. Oct.)

Bericht über den Erfolg der Preisausschreibung für 1909 und neue Preisausschreibungen.

Akademische Preisaufgabe für 1909.

In der Leibniz-Sitzung des Jahres 1906 hat die Akademie für das Jahr 1909 folgende Preisaufgabe gestellt:

»Es sollen die Typen und Symbole der altorientalischen Kunst kritisch untersucht und ihre Verbreitung in Vorderasien und im Bereich der mykenischen und der phönikischen Kunst verfolgt werden.«

»Eine Beschränkung auf eine Anzahl der wichtigsten Symbole (z. B. geflügelte Sonnenscheibe, Sonne und Mond, Henkelkreuz, gekrönte Gottheiten, Sphinx, Greif und die zahlreichen anderen Mischwesen und Flügelgestalten, Gottheiten, die auf Bergen oder Thieren stehen, wappenartige Anordnung von Thieren, nackte und bekleidete Göttin u. ä.) ist zulässig. Auch wird eine erschöpfende Sammlung alles in den Museen zerstreuten Materials nicht gefordert, wohl aber eine kritische Sichtung und Ordnung der wichtigsten Denkmäler, bei der die Umgestaltungen und die Verbreitung der Typen dargelegt,

die Frage, welche Bedeutung sie bei den einzelnen Völkern gehabt haben, geprüft und ihr Ursprung nach Möglichkeit aufgehellt werden soll.«

Der ausgesetzte Preis betrug Fünftausend Mark.

Darauf ist eine Bewerbungsschrift rechtzeitig eingegangen, mit dem Motto »Man mufs das Unmögliche wollen, um das Mögliche zu erreichen«.

Diese Arbeit hat die Aufgabe zunächst in ihrem ganzen Umfang zu lösen beabsichtigt, ist aber damit in der zur Verfügung stehenden Zeit nicht zum Abschlufs gelangt, so dafs nur ein Theil der ursprünglich geplanten Capitel vorgelegt werden konnte. Den Grundstock der Arbeit bilden umfassende, systematisch geordnete Kataloge der Fabelthiere, der Astralsymbole, der Gottheiten auf Thieren, der Gottheiten oder Dämonen als Thierbezwinger, für die das umfangreiche und weit zerstreute, bisher publicirte Material aus Babylonien und Assyrien, Persien, Syrien und Phönikien, Kleinasien (einschliefslich der Chetiter) und Cypern, sowie dem kretisch-mykenischen Gebiet vollständig ausgenutzt ist, ebenso die reichen Sammlungen der Berliner Museen; auch das ägyptische Material ist in weitem Umfang herangezogen. Diese Kataloge sind umsichtig und mit besonnener Kritik angelegt und sehr übersichtlich geordnet; sie suchen überall eine gesicherte chronologische Grundlage zu gewinnen, wofür in Babylonien die datirten Siegelabdrücke auf Thontafeln möglichst erschöpfend verwendet sind, und gewähren zugleich einen Einblick in die innere Entwicklung der Typen und ihrer Variationen und Umgestaltungen.

Von dem zugehörigen Text liegt vollständig ausgearbeitet das zweite Capitel (Astralsymbole, d. i. Sonne nebst geflügelter Sonnenscheibe, Mond, Stern), und gröfstentheils das erste Capitel (Fabelthiere, d. i. Sphinx, die verschiedenen Typen des Greifen, Stiermensch) vor. Diese Capitel zeigen eine volle Beherrschung des

Materials und ein besonnenes und in der Regel zutreffendes Urtheil; zahlreiche wichtige Einzelergebnisse sind gewonnen, und Bedeutung und Entwicklungsgeschichte der einzelnen Typen ganz wesentlich geklärt, ihre Verbreitung und die daraus sich ergebenden geschichtlichen Folgerungen aufgehellt, einzelne Monumente neu und richtig gedeutet. So hat die Arbeit die wissenschaftliche Bearbeitung der eben so verwickelten wie geschichtlich bedeutsamen Probleme, die an diese Symbole anknüpfen, für zwei besonders wichtige Abschnitte durchgeführt und zugleich für die weitere Forschung auf diesem Gebiet eine gesicherte Grundlage geschaffen.

Damit ist die Absicht der Preisaufgabe im Wesentlichen erfüllt. Da bei Stellung derselben eine nur theilweise Bearbeitung des umfangreichen Themas ausdrücklich für zulässig erklärt war, und auch das Reglement für die akademischen Preisertheilungen (§ 4, 4) die Krönung einer Preisschrift gestattet, welche die gestellte Aufgabe nur theilweise löst, im übrigen aber preisfähig erscheint, so erkennt die Akademie dem Verfasser der Arbeit mit dem Motto »Man mufs das Unmögliche wollen u. s. w.« den vollen Preis zu, mit der Maafsgabe, dafs für die Drucklegung (§ 6 des Reglements) zunächst nur das zweite Capitel in Aussicht genommen wird.

Die nach Verkündung des vorstehenden Urtheils vorgenommene Eröffnung des zugehörigen Namenszettels ergab als Verfasser der preisgekrönten Arbeit Hrn. Dr. phil. Hugo Prinz, z. Zt. Stipendiaten des Kaiserlichen Archaeologischen Instituts.

Preisaufgabe der Charlotten-Stiftung.

Nach dem Statut der von Frau Charlotte Stiepel geb. Freiin von Hopffgarten errichteten Charlotten-Stiftung für Philologie wird eine neue Aufgabe von der ständigen Commission der Akademie gestellt:

»In den litterarischen Papyri sind so zahlreiche prosodische Zeichen an das Licht getreten, daſs das Aufkommen und die Verbreitung der griechischen Accentuation sich verfolgen läſst und die byzantinische Tradition, die im Wesentlichen noch heute herrscht, controlirt werden kann. Dazu ist die erste und nöthigste Vorarbeit, daſs festgestellt wird, in welchen Fällen die antiken Schreiber und Correctoren die Prosodie bezeichnen, und wie sie das thun. Zur Vergleichung müssen mindestens einige sorgfältig geschriebene Handschriften des 9. und 10. Jahrhunderts herangezogen werden. Diese Aufgabe stellt die Akademie. Es bleibt dem Bearbeiter anheimgestellt, inwieweit er die Lehren der antiken Grammatiker heranziehen will, oder andererseits Schlüsse auf die wirkliche Betonung und Aussprache machen.«

Die Stiftung der Frau Charlotte Stiepel geb. Freiin von Hopffgarten ist zur Förderung junger, dem Deutschen Reiche angehöriger Philologen bestimmt, welche die Universitätsstudien vollendet und den philologischen Doctorgrad erlangt oder die Prüfung für das höhere Schulamt bestanden haben, aber zur Zeit ihrer Bewerbung noch ohne feste Anstellung sind. Privatdocenten an Universitäten sind von der Bewerbung nicht ausgeschlossen. Die Arbeiten der Bewerber sind bis zum 1. März 1910 an die Akademie einzusenden. Sie sind mit einem Denkspruch zu versehen; in einem versiegelten, mit demselben Spruche bezeichneten Umschlage ist der Name des Verfassers anzugeben und der Nachweis zu liefern, daſs die statutenmäſsigen Voraussetzungen bei dem Bewerber zutreffen. Schriften, welche den Namen des Verfassers nennen oder deutlich ergeben, werden von der Bewerbung ausgeschlossen.

In der öffentlichen Sitzung am Leibniz-Tage 1910 ertheilt die Akademie dem Verfasser der des Preises würdig erkannten Arbeit das

Stipendium. Dasselbe besteht in dem Genusse der Jahreszinsen (1050 Mark) des Stiftungscapitals von 30000 Mark auf die Dauer von vier Jahren.

Preisausschreibung aus der Graf Loubat-Stiftung.

Die Akademie wird am Leibniz-Tage im Juli 1911 aus der Graf Loubat-Stiftung einen Preis von 3000 Mark an diejenige gedruckte Schrift aus dem Gebiet der Geschichte von ganz America, insbesondere dessen Colonisation und neuerer Geschichte bis zur Gegenwart zu ertheilen haben, welche unter den ihr eingesandten oder ihr anderweitig bekannt gewordenen als die beste sich erweist. Sie setzt demgemäfs den 1. Januar 1911 als den Termin fest, bis zu welchem Bewerbungsschriften an sie eingesandt und in Berlin eingetroffen sein müssen. Statutenmäfsig dürfen nur solche Schriften prämiirt werden, welche innerhalb der letzten zehn Jahre erschienen sind. Als Schriftsprache wird die deutsche und die holländische zugelassen.

Verzeichnifs der im Jahre 1909 erfolgten besonderen Geldbewilligungen aus akademischen Mitteln zur Ausführung wissenschaftlicher Unternehmungen.

Es wurden im Laufe des Jahres 1909 bewilligt:

2300 Mark dem Mitglied der Akademie Hrn. Engler zur Fortführung der Herausgabe des »Pflanzenreich«.

6000 » dem Mitglied der Akademie Hrn. Koser zur Fortführung der Herausgabe der Politischen Correspondenz Friedrich's des Grofsen.

5000	Mark	dem Mitglied der Akademie Hrn. von Wilamowitz-Moellendorff zur Fortführung der Sammlung der griechischen Inschriften.
4000	»	der Deutschen Commission der Akademie zur Fortführung ihrer Unternehmungen.
1000	»	zur Förderung des Unternehmens des Thesaurus linguae Latinae über den etatsmäfsigen Beitrag von 5000 Mark hinaus.
1500	»	zur Bearbeitung der hieroglyphischen Inschriften der griechisch-römischen Epoche für das Wörterbuch der aegyptischen Sprache.
500	»	zu der von den cartellirten deutschen Akademien unternommenen Herausgabe der mittelalterlichen Bibliothekskataloge.
2500	»	für das Unternehmen einer Neuausgabe der Septuaginta, welche das Cartell der deutschen Akademien in die Hand genommen hat.
1000	»	aus allgemeinen Mitteln der Akademie für die interakademische Leibniz-Ausgabe[1].
2000	»	dem Mitglied der Akademie Hrn. Engler zur Fortsetzung des Sammelwerkes »Die Vegetation der Erde«.
2000	»	dem Mitglied der Akademie Hrn. F. E. Schulze zu Studien über den Bau der Vogellunge.
750	»	dem Mitglied der Akademie Hrn. von Wilamowitz-Moellendorff zur Anfertigung von Photographien Plutarchischer Handschriften.
3000	»	dem correspondirenden Mitglied der Akademie Hrn. von Recklinghausen in Strafsburg zur Herausgabe eines monographischen Werkes über Rachitis und Osteomalacie.

[1] Die Kosten dieser Ausgabe werden zum Theil aus dem für die Zwecke der Internationalen Association der Akademien bestimmten Fonds bestritten.

1500 Frcs. der Biologischen Station in Roscoff gegen Einräumung eines von der Akademie zu vergebenden Arbeitsplatzes für die Dauer eines Jahres.

1000 Mark dem von dem zweiten Deutschen Kalitage eingesetzten Comité zur wissenschaftlichen Erforschung der norddeutschen Kalisalzlager.

1000 » Hrn. Prof. Dr. Max Bauer in Marburg zur Fortsetzung seiner Untersuchung der hessischen Basalte.

3500 » Hrn. Prof. Dr. Julius Bauschinger in Strafsburg i. E. zur Berechnung einer achtstelligen Logarithmentafel.

1500 » Hrn. Prof. Dr. Erich von Drygalski in München zur Vollendung des Chinawerkes von Ferdinand von Richthofen.

500 » Hrn. Prof. Dr. Gustav Eberhard in Potsdam zu Untersuchungen über das Vorkommen des Scandiums auf der Erde.

3000 » Hrn. Prof. Dr. Ludwig Edinger in Frankfurt a. M. zu Studien über die Hirnrinde.

2000 » Hrn. Prof. Dr. Karl Escherich in Tharandt zu einer Reise nach Ceylon behufs Forschungen über die Termiten.

500 » Hrn. Prof. Dr. Hugo Glück in Heidelberg zur Herausgabe eines dritten Bandes seiner Untersuchungen über Wasser- und Sumpfgewächse.

1500 » Hrn. Dr. M. K. Hoffmann in Leipzig zur Bearbeitung eines Lexikons der anorganischen Verbindungen.

1000 » Hrn. Prof. Dr. Karl Peter in Greifswald zu ferneren Studien über individuelle Variation der thierischen Entwickelung.

1500 » Hrn. Dr. Georg Valentin, Director bei der Königlichen Bibliothek in Berlin, zur Bearbeitung einer mathematischen Bibliographie.

1200 Mark Hrn. Prof. Dr. Johannes Haller in Gieſsen zum Abschluſs seines Werkes über Papstthum und Kirchenreform.

1800 » Hrn. Prof. Dr. Oskar Mann in Berlin zur Fortsetzung seiner Forschungen über Kurdistan und seine Bewohner.

1000 » Demselben zur Drucklegung der I. Abtheilung seiner »Kurdisch-persischen Forschungen«.

600 » Hrn. Pfarrer W. Tümpel in Unterrenthendorf zur Herausgabe von Band 5 des Werkes »Das deutsche evangelische Kirchenlied des 17. Jahrhunderts«.

600 » Hrn. Dr. Heinrich Winkler in Breslau als Zuschuſs zu den Druckkosten seines Werkes »Der Uralaltaische Sprachstamm, das Finnische und das Japanische«.

Auſserdem hat die Akademie auf 40 Exemplare der von der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft in Angriff genommenen Gesammtausgabe der Werke Leonhard Euler's subscribirt.

Verzeichniſs der im Jahre 1909 erschienenen im Auftrage oder mit Unterstützung der Akademie bearbeiteten oder herausgegebenen Werke.

Das Pflanzenreich. Regni vegetabilis conspectus. Im Auftrage der Königl. preuſs. Akademie der Wissenschaften hrsg. von A. Engler. Heft 38—40. Leipzig 1909.

Das Tierreich. Eine Zusammenstellung und Kennzeichnung der rezenten Tierformen. Begründet von der Deutschen Zoologischen Gesellschaft. Im Auftrage der Königl. Preuß. Akademie der Wissenschaften zu Berlin hrsg. von Franz Eilhard Schulze. Lief. 25. Berlin 1909.

Ristenpart, F. Fehlerverzeichniſs zu den Sterncatalogen des 18. und 19. Jahrhunderts. Veröffentlichung der Commission der Königlich Preuſsischen Akademie der Wissenschaften für die Geschichte des Fixsternhimmels. Kiel 1909. (Astronomische Abhandlungen N. 16.)

Commentaria in Aristotelem Graeca edita consilio et auctoritate Academiae Litterarum Regiae Borussicae. Vol. 13, Pars 3. Ioannis Philoponi in Aristotelis Analytica posteriora commentaria cum Anonymo in librum II ed. Maximilianus Wallies. Berolini 1909.

Corpus inscriptionum Latinarum consilio et auctoritate Academiae Litterarum Regiae Borussicae editum. Vols. 4 Supplementum: Inscriptionum parietariarum Pompeianarum supplementum ed. Augustus Mau et Carolus Zangemeister. Pars 2. Inscriptiones parietariae et vasorum fictilium editae ab Augusto Mau. Berolini 1909.

Politische Correspondenz Friedrich's des Groſsen. Bd. 33. Berlin 1909.

Wilhelm von Humboldts Gesammelte Schriften. Hrsg. von der Königlich Preuſsischen Akademie der Wissenschaften. Bd. 8. Berlin 1909.

Ibn Saad. Biographien Muhammeds, seiner Gefährten und der späteren Träger des Islams bis zum Jahre 230 der Flucht. Im Auftrage der Königlich Preuſsischen Akademie der Wissenschaften hrsg. von Eduard Sachau. Bd. 2, Th. 1. Bd. 6. Leiden 1909.

Inscriptiones Graecae consilio et auctoritate Academiae Litterarum Regiae Borussicae editae. Vol. 12. Inscriptiones insularum maris Aegaei praeter Delum. Fasc. 5. Inscriptiones Cycladum ed. Fridericus Hiller de Gaertringen. Pars 2. — Fasc. 8. Inscriptiones insularum maris Thracici ed. Carolus Fredrich. Berolini 1909.

Deutsche Texte des Mittelalters hrsg. von der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften. Bd. 15. Die Lilie. Bd. 16. Die heilige Regel für ein vollkommenes Leben. Bd. 17. Die Heidelberger Handschrift cod. Pal. germ. 341. Berlin 1909.

Wielands Gesammelte Schriften. Hrsg. von der Deutschen Kommission der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften. Abt. 1, Bd. 1. 2. Abt. 2, Bd. 1. 2. Berlin 1909.

Boltzmann, Ludwig. Wissenschaftliche Abhandlungen. Im Auftrage und mit Unterstützung der Akademien der Wissenschaften zu Berlin, Göttingen, Leipzig, München, Wien hrsg. von Fritz Hasenöhrl. Bd. 1—3. Leipzig 1909.

Thesaurus linguae Latinae editus auctoritate et consilio Academiarum quinque Germanicarum Berolinensis Gottingensis Lipsiensis Monacensis Vindobonensis. Vol. 3, Fasc. 4. 5. Vol. 4, Fasc. 6. 7. Supplementum: Nomina propria Latina. Fasc. 1. Lipsiae 1909.

Ergebnisse der Plankton-Expedition der Humboldt-Stiftung. Bd. 3. Lh: Die Tripyleen Radiolarien. 7. Borgert, A. Phaeodinidae, Caementellidae und Cannorrhaphidae. 8. Borgert, A. Circoporidae. 9. Borgert, A. Cannosphaeridae. Bd. 4. Mc: Apstein, C. Die Pyrocysteen. Kiel und Leipzig 1909.

Schultze, Leonhard. Zoologische und anthropologische Ergebnisse einer Forschungsreise im westlichen und zentralen Südafrika ausgeführt in den Jahren 1903–1905. Bd. 2. 3. Jena 1909. (Denkschriften der Medicinisch-Naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Jena. Bd. 14. 15.)

Volz, Wilhelm. Nord-Sumatra. Bericht über eine im Auftrage der Humboldt-Stiftung der Königlich Preufsischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin in den Jahren 1904—1906 ausgeführte Forschungsreise. Bd. 1. Berlin 1909.

Brueckner, Alfred. Der Friedhof am Eridanos bei der Hagia Triada zu Athen. Mit Unterstützung aus der Eduard Gerhard-Stiftung der Königl. Preufsischen Akademie der Wissenschaften. Berlin 1909.

Die griechischen christlichen Schriftsteller der ersten drei Jahrhunderte. Hrsg. von der Kirchenväter-Commission der Königl. Preufsischen Akademie der Wissenschaften. Bd. 9, Tl. 3: Eusebius. Bd. 2, Tl. 3. Bd. 17: Clemens Alexandrinus. Bd. 3. Leipzig 1909.

Ascherson, Paul, und Graebner, Paul. Synopsis der mitteleuropäischen Flora. Lief. 56—63. Leipzig 1908—09.

Hürthle, Karl. Über die Struktur der quergestreiften Muskelfasern von Hydrophilus im ruhenden und tätigen Zustand. Bonn 1909.

Libanii opera rec. Richardus Foerster. Vol. 5. Lipsiae 1909. (Bibliotheca script. Graec. et Roman. Teubneriana.)

Mann, Oskar. Kurdisch-persische Forschungen. Abt. 1. Abt. 4, Bd. 3, Tl. 2. Berlin 1909.

Schmidt, Adolf. Archiv des Erdmagnetismus. Heft 2. Potsdam 1909.

Schroeter, Adalbert. Beiträge zur Geschichte der neulateinischen Poesie Deutschlands und Hollands. Berlin 1909. (Palaestra. LXXVII.)

Geschichte des Qorāns von Theodor Nöldeke. 2. Aufl. bearb. von Friedrich Schwally. Tl. 1. Leipzig 1909.

Wilhelmi, J. Tricladen. Berlin 1909. (Fauna und Flora des Golfes von Neapel. Monographie 32.)

Winkler, Heinrich. Der Uralaltaische Sprachstamm, das Finnische und das Japanische. Berlin 1909.

Veränderungen im Personalstande der Akademie im Laufe des Jahres 1909.

Es wurden gewählt:

zum ordentlichen Mitglied der philosophisch-historischen Classe:

Hr. Heinrich Lüders, bestätigt durch K. Cabinetsordre vom 5. August 1909;

zu correspondirenden Mitgliedern der physikalisch-mathematischen Classe:

Hr. Wilhelm Körner in Mailand am 7. Januar 1909,
» Ludwig Mond in London, » Philipp Lenard in Heidelberg am 21. Januar 1909,
» Giacomo Ciamician in Bologna, » Theodore William Richards in Cambridge, Mass. am 28. October 1909;

zu correspondirenden Mitgliedern der philosophisch-historischen Classe:

Hr. Maurice Holleaux in Athen, » Harald Hjärne in Upsala am 25. Februar 1909,
» Pio Rajna in Florenz am 11. März 1909.

Gestorben sind:

das ordentliche Mitglied der physikalisch-mathematischen Classe:

Hr. Theodor Wilhelm Engelmann am 20. Mai 1909;

das auswärtige Mitglied der philosophisch-historischen Classe:

Hr. Henri Weil in Paris am 5. November 1909;

die correspondirenden Mitglieder der physikalisch-mathematischen Classe:

Hr. Julius Thomsen in Kopenhagen am 13. Februar 1909,
- Georg von Neumayer in Neustadt a. d. Haardt am 24. Mai 1909,
- Simon Newcomb in Washington am 11. Juli 1909,
- Ludwig Mond in London am 11. December 1909;

die correspondirenden Mitglieder der philosophisch-historischen Classe:

Hr. Max Heinze in Leipzig am 17. September 1909,
- Robert von Schneider in Wien am 24. October 1909,
- Wilhelm Ahlwardt in Greifswald am 2. November 1909,
- Ludwig Friedländer in Strafsburg am 16. December 1909.

Verzeichniſs der Mitglieder der Akademie am Schlusse des Jahres 1909

nebst den Verzeichnissen der Inhaber der Helmholtz- und der Leibniz-Medaille und der Beamten der Akademie.

I. Beständige Secretare.

	Gewählt von der	Datum der Königlichen Bestätigung
Hr. *Auwers*	phys.-math. Classe	1878 April 10.
- *Vahlen*	phil.-hist. -	1893 April 5.
- *Diels*	phil.-hist. -	1895 Nov. 27.
- *Waldeyer*	phys.-math. -	1896 Jan. 20.

II. Ordentliche Mitglieder.

Physikalisch-mathematische Classe	Philosophisch-historische Classe	Datum der Königlichen Bestätigung
Hr. *Arthur Auwers*		1866 Aug. 18.
	Hr. *Johannes Vahlen*	1874 Dec. 16.
	- *Alexander Conze*	1877 April 23.
- *Simon Schwendener*		1879 Juli 13.
- *Hermann Munk*		1880 März 10.
	- *Adolf Tobler*	1881 Aug. 15.
	- *Hermann Diels*	1881 Aug. 15.
- *Hans Landolt*		1881 Aug. 15.
- *Wilhelm Waldeyer*		1884 Febr. 18.
	- *Heinrich Brunner*	1884 April 9.
- *Franz Eilhard Schulze*		1884 Juni 21
	- *Otto Hirschfeld*	1885 März 9
	- *Eduard Sachau*	1887 Jan. 24.
	- *Gustav von Schmoller*	1887 Jan. 24
	- *Wilhelm Dilthey*	1887 Jan. 24.
- *Adolf Engler*		1890 Jan. 29.
	- *Adolf Harnack*	1890 Febr. 10
- *Hermann Amandus Schwarz*		1892 Dec. 19
- *Georg Frobenius*		1893 Jan. 14
- *Emil Fischer*		1893 Febr. 6.
- *Oskar Hertwig*		1893 April 17.

Physikalisch-mathematische Classe	Philosophisch-historische Classe	Datum der Königlichen Bestätigung
Hr. *Max Planck*		1894 Juni 11.
	Hr. *Karl Stumpf*	1895 Febr. 18.
	- *Erich Schmidt*	1895 Febr. 18.
	- *Adolf Erman*	1895 Febr. 18.
- *Emil Warburg*		1895 Aug. 13.
- *Jakob Heinrich van't Hoff*		1896 Febr. 26.
	- *Reinhold Koser*	1896 Juli 12.
	- *Max Lenz*	1896 Dec. 14.
	- *Reinhard Kekule von Stradonitz*	1898 Juni 9.
	- *Ulrich von Wilamowitz-Moellendorff*	1899 Aug. 2.
- *Wilhelm Branca*		1899 Dec. 18.
- *Robert Helmert*		1900 Jan. 31.
- *Heinrich Müller-Breslau*		1901 Jan. 14.
	- *Heinrich Zimmer*	1902 Jan. 13.
	- *Heinrich Dressel*	1902 Mai 9.
	- *Konrad Burdach*	1902 Mai 9.
- *Friedrich Schottky*		1903 Jan. 5.
	- *Gustav Roethe*	1903 Jan. 5.
	- *Dietrich Schäfer*	1903 Aug. 4.
	- *Eduard Meyer*	1903 Aug. 4.
	- *Wilhelm Schulze*	1903 Nov. 16.
	- *Alois Brandl*	1904 April 3.
- *Robert Koch*		1904 Juni 1.
- *Hermann Struve*		1904 Aug. 29.
- *Hermann Zimmermann*		1904 Aug. 29.
- *Adolf Martens*		1904 Aug. 29.
- *Walther Nernst*		1905 Nov. 24.
- *Max Rubner*		1906 Dec. 2.
- *Johannes Orth*		1906 Dec. 2.
- *Albrecht Penck*		1906 Dec. 2.
	- *Friedrich Müller*	1906 Dec. 24.
	- *Andreas Heusler*	1907 Aug. 8.
- *Heinrich Rubens*		1907 Aug. 8.
- *Theodor Liebisch*		1908 Aug. 3.
	- *Eduard Seler*	1908 Aug. 24.
	- *Heinrich Lüders*	1909 Aug. 5

III. Auswärtige Mitglieder.

Physikalisch-mathematische Classe	Philosophisch-historische Classe	Datum der Königlichen Bestätigung
	Hr. *Theodor Nöldeke* in Strafsburg	1900 März 5.
	- *Friedrich Imhoof-Blumer* in Winterthur	1900 März 5.
	- *Pasquale Villari* in Florenz	1900 März 5.
Hr. *Wilhelm Hittorf* in Münster i. W.		1900 März 5.
- *Eduard Suess* in Wien		1900 März 5.
- *Eduard Pflüger* in Bonn		1900 März 5.
	- *Léopold Delisle* in Paris	1902 Nov. 16.
Sir *Joseph Dalton Hooker* in Sunningdale		1904 Mai 29.
Hr. *Giovanni Virginio Schiaparelli* in Mailand		1904 Oct. 17.
- *Adolf von Baeyer* in München		1905 Aug. 12.
	- *Vatroslav von Jagić* in Wien	1908 Sept. 25.
	- *Panagiotis Kabbadias* in Athen	1908 Sept. 25.

IV. Ehrenmitglieder.

	Datum der Königlichen Bestätigung
Earl *of Crawford and Balcarres* in Haigh Hall, Wigan	1883 Juli 30.
Hr. *Max Lehmann* in Göttingen	1887 Jan. 24.
- *Friedrich Kohlrausch* in Marburg	1895 Aug. 13.
Hugo Graf *von und zu Lerchenfeld* in Berlin	1900 März 5.
Hr. *Richard Schöne* in Grunewald bei Berlin	1900 März 5.
Frau *Elise Wentzel* geb. *Heckmann* in Berlin	1900 März 5.
Hr. *Konrad von Studt* in Berlin	1900 März 17.
- *Andrew Dickson White* in Ithaca, N. Y.	1900 Dec. 12.
Rochus Frhr. *von Liliencron* in Berlin	1901 Jan. 14.

V. Correspondirende Mitglieder.

Physikalisch-mathematische Classe.

		Datum der Wahl		
Hr.	*Alexander Agassiz* in Cambridge, Mass.	1895	Juli	18.
-	*Ernst Wilhelm Benecke* in Strafsburg	1900	Febr.	8.
-	*Eduard van Beneden* in Lüttich	1887	Nov.	3.
-	*Oskar Brefeld* in Charlottenburg	1899	Jan.	19.
-	*Heinrich Bruns* in Leipzig	1906	Jan.	11.
-	*Otto Bütschli* in Heidelberg	1897	März	11.
-	*Stanislao Cannizzaro* in Rom	1888	Dec.	6
-	*Karl Chun* in Leipzig	1900	Jan.	18.
-	*Giacomo Ciamician* in Bologna	1909	Oct.	28.
-	*Gaston Darboux* in Paris	1897	Febr.	11.
Sir	*George Howard Darwin* in Cambridge	1908	Juni	25.
Hr.	*Richard Dedekind* in Braunschweig	1880	März	11.
-	*Nils Christofer Duner* in Upsala	1900	Febr.	22.
-	*Ernst Ehlers* in Göttingen	1897	Jan.	21.
-	*Rudolf Fittig* in Strafsburg	1896	Oct.	29.
-	*Max Fürbringer* in Heidelberg	1900	Febr.	22.
Sir	*Archibald Geikie* in Haslemere, Surrey	1889	Febr.	21.
-	*David Gill* in London	1890	Juni	5.
Hr.	*Paul Gordan* in Erlangen	1900	Febr.	22.
-	*Karl Graebe* in Frankfurt a. M.	1907	Juni	13.
-	*Ludwig von Graff* in Graz	1900	Febr.	8.
-	*Gottlieb Haberlandt* in Graz	1899	Juni	8.
-	*Julius Hann* in Wien	1889	Febr.	21.
-	*Victor Hensen* in Kiel	1898	Febr.	24.
-	*Richard Hertwig* in München	1898	April	28.
Sir	*William Huggins* in London	1895	Dec.	12.
Hr.	*Adolf von Koenen* in Göttingen	1904	Mai	5.
-	*Leo Koenigsberger* in Heidelberg	1893	Mai	4.
-	*Wilhelm Körner* in Mailand	1909	Jan.	7.
-	*Henri Le Chatelier* in Paris	1905	Dec.	14.
-	*Philipp Lenard* in Heidelberg	1909	Jan.	21.
-	*Michel Lévy* in Paris	1898	Juli	28.

	Datum der Wahl		
Hr. *Gabriel Lippmann* in Paris	1900	Febr.	22.
- *Hendrik Antoon Lorentz* in Leiden	1905	Mai	4.
- *Hubert Ludwig* in Bonn	1898	Juli	14.
- *Franz Mertens* in Wien	1900	Febr.	22.
- *Henrik Mohn* in Christiania	1900	Febr.	22.
- *Alfred Gabriel Nathorst* in Stockholm	1900	Febr.	8.
- *Karl Neumann* in Leipzig	1893	Mai	4.
- *Max Noether* in Erlangen	1896	Jan.	30.
- *Wilhelm Ostwald* in Grofs-Bothen, Kgr. Sachsen	1905	Jan.	12.
- *Wilhelm Pfeffer* in Leipzig	1889	Dec.	19.
- *Émile Picard* in Paris	1898	Febr.	24.
- *Edward Charles Pickering* in Cambridge, Mass.	1906	Jan.	11.
- *Henri Poincaré* in Paris	1896	Jan.	30.
- *Georg Quincke* in Heidelberg	1879	März	13.
- *Ludwig Radlkofer* in München	1900	Febr.	8.
Sir *William Ramsay* in London	1896	Oct.	29.
Lord *Rayleigh* in Witham, Essex	1896	Oct.	29.
Hr. *Friedrich von Recklinghausen* in Strafsburg	1885	Febr.	26.
- *Gustaf Retzius* in Stockholm	1893	Juni	1.
- *Theodore William Richards* in Cambridge, Mass.	1909	Oct.	28.
- *Wilhelm Konrad Röntgen* in München	1896	März	12.
- *Heinrich Rosenbusch* in Heidelberg	1887	Oct.	20.
- *Georg Ossian Sars* in Christiania	1898	Febr.	24.
- *Hugo von Seeliger* in München	1906	Jan.	11.
Hermann Graf *zu Solms-Laubach* in Strafsburg	1899	Juni	8.
Hr. *Johann Wilhelm Spengel* in Giefsen	1900	Jan.	18.
- *Eduard Strasburger* in Bonn	1889	Dec.	19.
- *Johannes Strüver* in Rom	1900	Febr.	8.
- *August Toepler* in Dresden	1879	März	13.
- *Melchior Treub*, z. Zt. in Kairo	1900	Febr.	8.
- *Gustav von Tschermak* in Wien	1881	März	3.
Sir *William Turner* in Edinburg	1898	März	10.
Hr. *Woldemar Voigt* in Göttingen	1900	März	8.
- *Johannes Diderik van der Waals* in Amsterdam	1900	Febr.	22.
- *Otto Wallach* in Göttingen	1907	Juni	13.
- *Eugenius Warming* in Kopenhagen	1899	Jan.	19.
- *Heinrich Weber* in Strafsburg	1896	Jan.	30.
- *August Weismann* in Freiburg i. B.	1897	März	11.
- *Julius Wiesner* in Wien	1899	Juni	8.
- *Ferdinand Zirkel* in Bonn	1887	Oct.	20.

Philosophisch-historische Classe.	Datum der Wahl
Hr. *Karl von Amira* in München	1900 Jan. 18.
- *Ernst Immanuel Bekker* in Heidelberg	1897 Juli 29.
- *Friedrich von Bezold* in Bonn	1907 Febr. 14.
- *Eugen Bormann* in Wien	1902 Juli 24.
- *Émile Boutroux* in Paris	1908 Febr. 27.
- *James Henry Breasted* in Chicago	1907 Juni 13.
- *Ingram Bywater* in London	1887 Nov. 17.
- *René Cagnat* in Paris	1904 Nov. 3.
- *Arthur Chuquet* in Villemomble (Seine)	1907 Febr. 14.
- *Louis Duchesne* in Rom	1893 Juli 20.
- *Benno Erdmann* in Berlin	1903 Jan. 15.
- *Julius Euting* in Strafsburg	1907 Juni 13.
- *Paul Foucart* in Paris	1884 Juli 17.
- *Percy Gardner* in Oxford	1908 Oct. 29.
- *Theodor Gomperz* in Wien	1893 Oct. 19.
- *Francis Llewellyn Griffith* in Oxford	1900 Jan. 18.
- *Gustav Gröber* in Strafsburg	1900 Jan. 18.
- *Ignazio Guidi* in Rom	1904 Dec. 15.
- *Georgios N. Hatzidakis* in Athen	1900 Jan. 18.
- *Albert Hauck* in Leipzig	1900 Jan. 18.
- *Bernard Haussoullier* in Paris	1907 Mai 2.
- *Barclay Vincent Head* in London	1908 Oct. 29.
- *Johan Ludvig Heiberg* in Kopenhagen	1896 März 12.
- *Karl Theodor von Heigel* in München	1904 Nov. 3.
- *Antoine Héron de Villefosse* in Paris	1893 Febr. 2.
- *Léon Heuzey* in Paris	1900 Jan. 18.
- *Harald Hjärne* in Upsala	1909 Febr. 25.
- *Maurice Holleaux* in Athen	1909 Febr. 25.
- *Edvard Holm* in Kopenhagen	1904 Nov. 3.
- *Théophile Homolle* in Paris	1887 Nov. 17.
- *Christian Hülsen* in Florenz	1907 Mai 2.
- *William James* in Cambridge, Mass.	1900 Jan. 18.
- *Adolf Jülicher* in Marburg	1906 Nov. 1.
- *Karl Justi* in Bonn	1893 Nov. 30.
- *Frederic George Kenyon* in London	1900 Jan. 18.
- *Georg Friedrich Knapp* in Strafsburg	1893 Dec. 14.
- *Basil Latyschew* in St. Petersburg	1891 Juni 4.
- *Friedrich Leo* in Göttingen	1906 Nov. 1.
- *August Leskien* in Leipzig	1900 Jan. 18.
- *Émile Levasseur* in Paris	1900 Jan. 18.

	Datum der Wahl
Hr. *Friedrich Loofs* in Halle a. S.	1904 Nov. 3.
- *Giacomo Lumbroso* in Rom	1874 Nov. 12.
- *Arnold Luschin von Ebengreuth* in Graz	1904 Juli 21.
- *John Pentland Mahaffy* in Dublin	1900 Jan. 18.
- *Gaston Maspero* in Paris	1897 Juli 15.
- *Wilhelm Meyer-Lübke* in Wien	1905 Juli 6.
- *Adolf Michaelis* in Strafsburg	1888 Juni 21.
- *Ludwig Mitteis* in Leipzig	1905 Febr. 16.
- *Gabriel Monod* in Versailles	1907 Febr. 14.
- *Benedictus Niese* in Halle a. S.	1905 Febr. 16.
- *Heinrich Nissen* in Bonn	1900 Jan. 18.
- *Georges Perrot* in Paris	1884 Juli 17.
- *Edmond Pottier* in Paris	1908 Oct. 29.
- *Wilhelm Radloff* in St. Petersburg	1895 Jan. 10.
- *Pio Rajna* in Florenz	1909 März 11.
- *Moriz Ritter* in Bonn	1907 Febr. 14.
- *Karl Robert* in Halle a. S.	1907 Mai 2.
- *Anton E. Schönbach* in Graz	1906 Juli 5.
- *Richard Schroeder* in Heidelberg	1900 Jan. 18.
- *Emil Schürer* in Göttingen	1893 Juli 20.
- *Eduard Schwartz* in Freiburg i. Br.	1907 Mai 2.
- *Émile Senart* in Paris	1900 Jan. 18.
- *Eduard Sievers* in Leipzig	1900 Jan. 18.
- *Henry Sweet* in Oxford	1901 Juni 6.
Sir *Edward Maunde Thompson* in London	1895 Mai 2.
Hr. *Vilhelm Thomsen* in Kopenhagen	1900 Jan. 18.
- *Girolamo Vitelli* in Florenz	1897 Juli 15.
- *Julius Wellhausen* in Göttingen	1900 Jan. 18.
- *Wilhelm Wilmanns* in Bonn	1906 Juli 5.
- *Ludvig Wimmer* in Kopenhagen	1891 Juni 4.
- *Wilhelm Windelband* in Heidelberg	1903 Febr. 5.
- *Wilhelm Wundt* in Leipzig	1900 Jan. 18.

Inhaber der Helmholtz-Medaille.

Hr. *Santiago Ramón y Cajal* in Madrid (1904).
- *Emil Fischer* in Berlin (1908).

Verstorbene Inhaber:

Emil du Bois-Reymond (Berlin, 1892).
Karl Weierstraſs (Berlin, 1892).
Robert Bunsen (Heidelberg, 1892).
Lord *Kelvin* (Netherhall, Largs, 1892).
Rudolf Virchow (Berlin, 1898).
George Gabriel Stokes (Cambridge, 1900).
Henri Becquerel (Paris, 1906).

Inhaber der Leibniz-Medaille.

a. Der Medaille in Gold.

Hr. *James Simon* in Berlin (1907).
- *Ernest Solvay* in Brüssel (1909).
- *Henry T. von Böttinger* in Elberfeld (1909).

b. Der Medaille in Silber.

Hr. *Karl Alexander von Martius* in Berlin (1907).
- *A. F. Lindemann* in Sidmouth, England (1907).

Beamte der Akademie.

Bibliothekar und Archivar: Dr. *Köhnke.*

Wissenschaftliche Beamte: Dr. *Dessau*, Prof. — Dr. *Ristenpart*, Prof. (beurlaubt). — Dr. *Harms*, Prof. — Dr. *Czeschka* Edler *von Maehrenthal*, Prof. — Dr. *von Fritze.* — Dr. *Karl Schmidt*, Prof. — Dr. Frhr. *Hiller von Gaertringen*, Prof.

Archivar und Bibliothekar der Deutschen Commission: Dr. *Behrend.*

Der Processus retromastoideus.

Die Crista, der Sulcus und die Tubercula supramastoidea nebst Bemerkungen über die Lineae nuchae, die Crista occipitalis externa und die Impressiones occipitales.

Von

H^rn W. WALDEYER.

Vorgelegt in der Gesamtsitzung am 25. März 1909.
Zum Druck eingereicht am gleichen Tage, ausgegeben am 14. Juli 1909.

I.

In der letzten Dezembersitzung 1903 sprach ich in der Akademie über einen eigentümlichen Fortsatz am Hinterhauptbein von Papuaschädeln, den ich mit dem Namen Processus retromastoideus belegte. Obwohl ich bereits Abbildungen behufs der Veröffentlichung hatte anfertigen lassen, verzögerte sich die Publikation, weil ich inzwischen an mehreren andern Schädeln, sowohl inländischen als ausländischen, Spuren dieser Bildung hatte nachweisen können. Das genauere Studium der Hinterhauptschuppe und der anstoßenden Teile des Scheitel- und Schläfenbeins ergab außerdem eine Reihe von fast beständigen Befunden, welche, soweit meine Kenntnis der betreffenden Literatur reicht, noch nicht diejenige Berücksichtigung gefunden haben, die sie mir zu verdienen scheinen. Auch durchmusterte ich fast das gesamte Schädelmaterial der Berliner Anthropologischen Gesellschaft sowie das der Anatomischen Anstalt, und so komme ich erst jetzt dazu, über diese Dinge eingehender zu berichten.

II.

Lineae nuchae. Anomalie der Mm. recti cap. post. majores.

Ich schicke die im Titel dieser Arbeit an letzter Stelle angekündigten Bemerkungen über die Lineae nuchae, die Crista occipitalis externa und die Impressiones occipitales voraus, da ich mich bei der Beschreibung des Processus retromastoideus, dessen Verhalten ich besonders im Auge habe, auf die Lineae nuchae beziehen muß. Von diesen Linien mochte ich aber das wenige, was ich sonst noch am Hinterhauptbein zu besprechen hatte, die Crista occipitalis externa und die Impressiones occipitales, nicht trennen.

Den üblichen Beschreibungen der Linea nuchae superior habe ich, Angaben von Schwalbe und Klaatsch bestätigend, hinzuzufügen, daß sie mitunter zu beiden Seiten der Mittellinie tuberculumähnliche Vorsprünge zeigt; ich erwähne dies besonders, um diese Tubercula scharf von dem Processus retromastoideus, mit dem sie nichts zu tun haben, zu scheiden[1]. Ferner sieht man diese Linie nicht selten in starker Ausbildung auf den Processus mastoideus sich fortsetzen, und zwar in Gestalt einer kragenförmig nach unten überhängenden ziemlich scharfen Leiste; dies Verhalten kommt auch beim Processus retromastoideus in Betracht; s. weiter unten.

Die Linea nuchae inferior ist, wie mir scheint, in ihrer typischen Gestaltung noch nicht genau beschrieben worden. Meines Erachtens ist sie aus drei Stücken zusammengesetzt: einem im wesentlichen querlaufenden Wurzelteil (s. Fig. 1 L. n. i. [w]) oder Hauptschenkel und zwei Nebenschenkeln, in welche der Hauptschenkel lateralwärts ausläuft. Man könnte auch sagen, daß der Hauptschenkel sich in diese beiden Nebenschenkel lateralwärts teile. Der eine dieser Nebenschenkel, der obere, setzt meistens die quere Richtung des Hauptschenkels fort, bis er die Linea nuchae superior erreicht, in die er mehr oder minder deutlich übergeht. In einigen Fällen bekommt dieser obere Nebenschenkel auch eine leicht aufsteigende Richtung, seltener wendet er sich ein wenig nach abwärts zum Processus mastoideus hin. Der zweite Nebenschenkel, der untere, nimmt einen sagittalen Verlauf, indem er fast rechtwinklig von dem queren Wurzelteil, an dessen Teilungsstelle, in ziemlich genau sagittaler Richtung auf den Processus jugularis des Hinterhauptsbeins zuläuft. Hat man sich an diese Betrachtung der Linea nuchae inferior erst gewöhnt, so erkennt man diese Konfiguration fast an allen Schädeln mit Leichtigkeit.

[1] »Tori laterales«, H. Klaatsch. S. bei H. Matiejka, »Über die an Kammbildungen erinnernden Merkmale des menschlichen Schädels«. Sitzungsber. d. K. Akad. d. Wiss. in Wien. Mathem.-naturw. Klasse; Bd. CXV. Abt. III. Juni 1906, S. 51. — Ferner bei Fraipont und Lohest: La race humaine de Neanderthal ou de Cannstadt en Belgique. Archives de Biologie VII, 1887, p. 618ff. und insbesondere H. Klaatsch: Occipitalia und Temporalia der Schädel von Spy verglichen mit denen von Krapina. Zeitschrift f. Ethnologie, 34. Jahrgang 1902. Berichte S. 392—409. Von Klaatsch rührt die Bezeichnung »Tori laterales« her. (Briefliche Mitteilung vom 11. Mai 1909.) Klaatsch zitiert in der genannten sehr wertvollen Arbeit einen Satz G. Schwalbes, der zum ersten Male von »zwei« Tori spricht, die in der Mitte durch den 4 mm breiten »Innenwulst« vereinigt würden. Es empfiehlt sich durchaus, die beiden Hälften des so zerlegten Torus occipitalis mit besonderen Namen zu belegen und scheint mir die von Klaatsch gewählte Bezeichnung »Tori laterales« ganz passend.

Ich greife aus den Abbildungen der größeren Lehrbücher einige heraus, welche das Gesagte zeigen: D. J. Cunningham, Textbook of Anatomy, Edinburgh and London, Fig. 82, S. 106. Hier erkennt man den queren Hauptschenkel und die beiden Nebenschenkel deutlich. Dasselbe findet man bei Gray, Anatomy descriptive and surgical, Philadelphia, New York, 1897, Fig. 130, S. 164. Ebenso bei Morris and Lond, A Treatise on human anatomy, London 1898, Fig. 30, S. 25 an der linken Seite der Figur, wo die Muskelfelder markiert sind. Die Abbildung bei Poirier, Ostéologie 1. Auflage, Paris 1899, S. 404, Fig. 428 zeigt rechts gleichfalls die drei Teile der Linie. Bei Rauber-Kopsch, 8. Auflage des Rauberschen Lehrbuches der Anatomie des Menschen, Leipzig 1908, Fig. 90, S. 58 sind nur der sagittale Nebenschenkel und das Wurzelstück deutlich. Bei Spalteholz, Handatlas der Anatomie des Menschen 3. Auflage, Bd. 1, 1901, Fig. 2, S. 2 fehlt auch der quere Nebenschenkel, während derselbe bei Graf von Spee, Skeletlehre, Jena 1896, Fig. 4, S. 100 wiederum deutlich ist. In dem anatomischen Atlas von Toldt, 3. Auflage, Berlin und Wien 1903 gibt Fig. 112 deutlich den sagittalen Nebenschenkel, der quere ist indessen nicht zu sehen, ebensowenig auf Fig. 111. Bei Luther Holden, Human Osteology, comprising a desription of the Bones with delineations of the attachments of the muscles, the general and microscopic structure of bone and its development, 8th Edition, by Ch. Stewart and R. W. Reid, London 1899, findet man Taf. V, Fig. 1 die Linea nuchae inf. richtig abgebildet. Aber in allen Handbüchern und Atlanten werden, wenn auch alle drei Teile abgebildet sind, sie doch im Text nicht näher besprochen, meist gar nicht erwähnt; sie sind aber wichtig wegen der Abgrenzung der Muskelfelder und wegen der Beziehungen der Linea nuchae inferior zum Processus retromastoideus — s. weiter unten. Am meisten übereinstimmend mit der hier gegebenen Darstellung spricht sich Widenmann in seiner vortrefflichen Beschreibung von 30 Dschaggaschädeln[1] aus. Es heißt dort S. 375:

»Regelmäßig stärker als die Linea nuchae superior ist die Linea inferior ausgeprägt.« . . . . . »Die Linea nuchae inferior teilt sich in zwei Schenkel, zwischen denen das Muskelfeld für den M. obliquus superior

[1] R. Widenmann, Untersuchung von 30 Dschaggaschädeln, Arch. f. Anthropologie Bd. 25, 1898.

sich findet, welcher im Bogen dem unteren Schenkel folgt.« . . . . . »Medianwärts von dem Felde des M. obliquus superior liegt, dem Foramen magnum benachbart, das Ansatzfeld des M. rectus capitis posticus major und nach innen (medianwärts) vom diesem, durch eine deutliche Kante von ihm geschieden, das Feld des M. rectus capitis posticus minor als eine ausgesprochene Delle zu beiden Seiten des Unterteils der Crista occipitalis externa.«

Ich zitiere hier gleich die Widenmannsche Beschreibung der Muskelfelder mit, weil sie auch mit der im folgenden von mir gegebenen übereinstimmt.

Wir finden neben der Crista occipitalis externa inferior (s. Fig. 1, Cr. o. i.) drei Muskelfelder: 1. für den Rectus capitis posterior minor, 2. den Rectus cap. post. major und 3. den M. obliquus capitis superior. Der M. rectus capitis post. minor liegt zunächst der Crista occipitalis externa, und wenn eine Impressio occipitalis inferior (s. weiter unten) vorhanden ist, nimmt er diese ein. Lateral folgt das Ansatzfeld des M. rectus capitis post. major, welches bis an den unteren (sagittalen) Nebenschenkel der Linea nuchae inferior reicht. Nicht selten sind die beiden Ansatzfelder für die Recti durch eine Art Crista oder Linie deutlich geschieden, welche nach oben bis zur Linea nuchae inferior reichen kann. Diese Linie tritt, wenn auch weniger deutlich, in Fig. 1 zwischen den beiden Rectusfeldern hervor; schärfer ausgeprägt sieht man sie in der schon zitierten Fig. 112, S. 56 der ersten Lieferung des anatomischen Atlas von Toldt, 3. Auflage, 1903. Toldt hat ihr hier den Namen »Crista musculi recti capitis minoris« gegeben, während er das vorderste Stück des sagittalen Nebenschenkels der Linea nuchae inferior als Crista m. recti capitis majoris bezeichnet. Das Ansatzfeld des M. obliquus capitis superior liegt lateral vom sagittalen Nebenschenkel der Linea nuchae inferior, zwischen den beiden Nebenschenkeln dieser Linie und dem vordersten Teile der Linea nuchae superior, soweit dieser noch im Bereich des Hinterhauptbeines liegt — auf das Schläfenbein greift das Feld nicht hinüber. Dieses Feld ist mehr länglich und nach hinten (oben) zwischen den beiden Nebenschenkeln der Linea nuchae inferior etwas breiter als nach vorn (unten).

Nach hinten (oben), wo der quere Nebenschenkel mit der Linea nuchae superior zusammenstößt, erreicht dieses Feld den gleich zu beschreibenden Processus retromastoideus, falls ein solcher vorhanden ist. In diesem Falle befestigt sich der M. obliquus capitis sup. an dem genannten Fort-

satze. Man vergleiche hierzu Fig. 1 und 3, auf welcher die Ansätze der Mm. recti posteriores und des Obliquus superior dargestellt sind. Man sieht außerdem in Fig. 3 noch die Ansatzstücke der Mm. semispinalis capitis, splenius capitis und longissimus capitis.

Ferner vergleiche man Fig. 4, wo gleichfalls ein kleiner Processus retromastoideus beiderseits sichtbar ist, an den sich eine Portion des M. obliquus capitis superior ansetzt. Außerdem zeigt die Figur eine bemerkenswerte Anomalie der Mm. recti capitis postt. majores insofern, als diese bedeutend schwächer sind als die Recti minores; auch sind die beiden Obliqui superiores stärker als die Obliqui inferiores. Soweit mir die Literatur bekannt geworden ist (nachgesehen wurden: Le Double, Traité des variations du système musculaire de l'homme, Paris 1897, und die Jahresberichte von Schwalbe von 1898—1907 einschließlich, und von da ab der Literaturbericht des Anatomischen Anzeigers), scheint ein derartiger Fall von Varietäten dieser Muskeln bis jetzt noch nicht beobachtet worden zu sein.

An der Linea nuchae inferior sind noch mehrere wulstartige und höckerartige Bildungen unter Umständen zu unterscheiden; auch kann dieselbe einen »Torus occipitalis inferior« bilden, ähnlich der Linea nuchae superior. Mehr oder minder starke Höcker oder Wülste können sich am Hauptschenkel oder auch am sagittalen Nebenschenkel entwickeln, sie können klar voneinander abgegrenzt auftreten, oder sich allmählich in die Umgebung verlieren.

Ein gutes Beispiel solcher Wulstbildungen liefert unter andern der Schädel Nr. 58 vom Jahre 1884 der Berliner Anatomischen Sammlung. Auch sei auf R. Hartmanns Beschreibung eines Schädels von Mozambique verwiesen: Das anthropologische Material des Anatomischen Museums der Kgl. Universität Berlin; II. Teil, 2. Abt. In: Die anthropologischen Sammlungen Deutschlands Bd. V, II, 1891.

Vergleicht man die vorhandenen Beschreibungen vom Ansatze des M. obliquus capitis superior, so zeigen sich allerlei Verschiedenheiten. Die Mehrzahl der Angaben läßt den Ansatz zwischen der oberen und unteren Nackenlinie gelegen sein: Henle (Handbuch, Muskellehre, 2. Auflage, 1871, S. 52), Luther Holden a. a. O., Gegenbaur (Lehrbuch, 7. Auflage, S. 360/61), Quains elements of anatomy, 10th edit., Vol. II, P. 1, p. 32, Poirier et Charpy, Traité d'Anatomie humaine, Ostéologie, 2[e] édit., p. 404, Fig. 429 und Testut, Traité d'Anatomie humaine, 1896, 3[e] édit., T. 1,

p. 119. In den betreffenden Abbildungen ist die Stelle des Ursprungs richtig angegeben, aber die Autoren berücksichtigen nicht den oberen queren Nebenschenkel der Linea nuchae inferior; sie fassen — und das ist wohl allgemein bisher so geschehen —, unter Vernachlässigung des oberen (queren) Nebenschenkels, den unteren (sagittalen) Nebenschenkel als alleinige Fortsetzung der Linea nuchae inferior auf, die dann völlig parallel der Linea nuchae superior von Anfang bis zu Ende verläuft. Am klarsten geht das aus den Abbildungen von Gegenbaur, a. a. O. Fig. 145, S. 203, und insbesondere von Testut, a. a. O. p. 120, Fig. 108 hervor. — Romiti (Trattato di anatomia, Vol. I, p. 241) und Poirier (Myologie, Text, S. 523) setzen die Insertion des M. obl. cap. sup. direkt an die Linea nuchae inferior; in der Osteologie von Poirier ist die Stelle richtiger angegeben. Meines Erachtens kommt man zu einer klaren exakten Darstellung erst durch Berücksichtigung der beiden Schenkel der Linea nuchae inferior. Vergleiche die vorhin angegebene richtige Beschreibung von Widenmann.

III.

Crista occipitalis externa.

Bezüglich der Crista occipitalis externa gestatte ich mir den Vorschlag, an ihr zwei Abschnitte, einen oberen (hinteren) und einen unteren (vorderen), zu unterscheiden und auch besonders zu benennen. Der obere Abschnitt, Crista occipitalis externa superior, ist der Teil der Crista, welcher sich zwischen der Protuberantia occipitalis externa und der Linea nuchae inferior befindet; der untere Teil erstreckt sich von der Linea nuchae inferior bis zum hinteren Rande des Foramen occipitale magnum, in Fig. 1 sind beide Teile gut zu unterscheiden und mit den Buchstaben Cr. o. s. und Cr. o. i. bezeichnet. Ich schlage diese Unterscheidung vor, weil die beiden Teile ein verschiedenes Verhalten zeigen können. Der eine kann stark ausgebildet sein, während der andere schwach vertreten ist oder gar gänzlich fehlt. Sie können eine sehr verschiedene Länge haben, je nachdem die Linea nuchae inferior näher an die Linea nuchae superior herangerückt ist oder weiter von ihr abliegt. Das eine Glied der Crista kann rauh und breit erscheinen, während das andere stark vorspringt und scharf sein kann, fast wie eine Messerschneide. Ich bemerke schließlich noch ausdrücklich, daß es Fälle gibt, in denen die beiden Abteilungen

der Crista nicht gut unterscheidbar sind und dieselbe von der Protuberantia occipitalis externa bis zum Hinterhauptloch in gleichmäßiger Ausbildung durchgeht; die Linea nuchae inferior erscheint dann wie in zwei Teile zerschnitten. Alles dieses schien mir doch einer Berücksichtigung wert.

IV.

Impressiones occipitales.

In Kürze mag auch der eigentümlichen Bildungen der Hinterhauptschuppe gedacht sein, welche man als »Impressiones occipitales« bezeichnen könnte. Ihrer ist wiederholt, insbesondere in anthropologischen Schädelbeschreibungen, aber auch in den Lehrbüchern Erwähnung getan worden; doch scheint es mir am Platze, hier diese Bildungen im Zusammenhange zu besprechen, zumal die bisherigen Darstellungen noch unvollständig sind. Zunächst haben wir nicht selten gerade oberhalb der Protuberantia occipitalis externa eine flache Vertiefung, durch welche die Protuberanz stark herabgedrückt wird, so daß die Linea nuchae superior den Lauf eines Doppelbogens erhält. Diese Impression, deren Erklärung wohl nicht geringe Schwierigkeiten machen würde, kann unter Umständen die Kuppe eines Daumens aufnehmen[1].

Noch häufiger findet sich an Stelle des Muskelfeldes für den Musculus rectus capitis posterior minor jederseits eine solche Depression, die zuweilen erhebliche Dimensionen annehmen kann. Ich habe diese sowie die eben beschriebene obere Grube besonders häufig an Peruanerschädeln gefunden; sie dürften vielleicht mit der künstlichen Deformierung dieser Schädel in Zusammenhang gebracht werden. Seltener findet sich noch

[1] Diese obere mittlere Impression ist wohl identisch mit der von H. Klaatsch beschriebenen »Fossa supratoralis«. Vgl. hierüber: 1. H. Klaatsch, »Occipitalia und Temporalia der Schädel von Spy verglichen mit denen von Krapina«. Verhandl. der Berliner Gesellsch. f. Anthrop., Ethnol. und Urgeschichte 1902, S. 392—409. 2. H. Klaatsch in: K. Gorjanović-Kramberger, Der paläolithische Mensch und seine Zeitgenossen aus dem Diluvium von Krapina in Kroatien. Mitth. der Anthropolog. Gesellsch. in Wien, Bd. 32, 3. Folge, Bd. II, Wien 1902. (Der Beitrag von Klaatsch findet sich S. 194—201 und Taf. II; Klaatsch hat hier der betreffenden Bildung den Namen »Fossa supratoralis« gegeben.) 3. H. Matiejka, Über die an Kammbildungen erinnernden Merkmale des menschlichen Schädels. Sitzungsber. d. K. Akad. d. Wiss. in Wien. Math.-naturw. Klasse, Bd. CXV, Abt. III, Juni 1906, S. 51.

eine bilaterale Impression zu beiden Seiten der Pars superior der Crista occipitalis externa. Ich bezeichne diese Impressionen von oben nach unten der Reihe nach als »Impressio occipitalis superior«, »Impressiones occipitales intermediae« und »Impressiones occipitales inferiores«. Ihnen entsprechend ist, wie bekannt, die Schädelwand sehr dünn.

V.

Processus retromastoideus.

Der Processus retromastoideus ist diejenige Bildung, welche mich zu einer erneuten Untersuchung der Regio occipitalis und mastoidea des menschlichen Schädels veranlaßt hat und den Kernpunkt dieser Abhandlung darstellt. Ich fand denselben an Papuaschädeln, welche mir Hr. Stabsarzt Dr. Martini zur Verfügung gestellt hat, wofür ich ihm besten Dank ausspreche. Sie stammen aus dem deutschen Gebiete von Neuguinea, von der kleinen, der Küste benachbarten Insel Tamara.

Weiter unten werden diese Schädel im einzelnen beschrieben werden; hier stelle ich zunächst das zusammen, was zur Charakteristik des Processus retromastoideus im ganzen gesagt werden kann.

Ich verstehe unter der Bezeichnung »Processus retromastoideus« einen meist stumpfen, bald mehr rundlichen, bald mehr länglichen Fortsatz von durchschnittlich 0,5 bis 2 cm Höhe, der sich an der Stelle des Zusammenstoßes des oberen queren Nebenschenkels der Linea nuchae inferior mit der Linea semicircularis superior entwickelt. Dieser Fortsatz gehört, da er hinter der Sutura occipitomastoidea gelegen ist, dem Hinterhauptbein an; er befindet sich rückwärts vom Processus mastoideus (s. Fig. 5 und 6), weshalb ich ihn Processus retromastoideus genannt habe. Stellt man die Schädel, welche diese Fortsätze zeigen, in die deutsche Horizontale ein, dann liegt der Fortsatz mit der Basis des Processus mastoideus in gleicher Höhe. Der Fortsatz kann einseitig oder auch doppelseitig vorhanden sein. Bei doppelseitigem Auftreten kann er an beiden Seiten verschieden oder gleichmäßig entwickelt sein. Er kann gut von seiner Umgebung abgegrenzt erscheinen oder mehr verwischt in dieselbe übergehen. In einigen Fällen ist er, wie gesagt, mehr länglich und erstreckt sich dann in größerer Ausdehnung sowohl auf Teile der Linea nuchae superior wie inferior hin.

Wie eingangs bemerkt, habe ich zuerst in der letzten Dezembersitzung vom Jahre 1903 in der Berliner Akademie der Wissenschaften diese Bildung besprochen; später habe ich die Schädel in der Berliner Gesellschaft für Anthropologie, Ethnologie und Urgeschichte, s. Zeitschrift für Ethnologie 1898, 30. Jahrgang, S. 251, dann auf der Versammlung der Deutschen Anthropologischen Gesellschaft in Worms und auf der französischen Anatomenversammlung in Toulouse 1904 vorgezeigt. Eine kurze Notiz ist darüber in der Bibliographie anatomique vom Jahre 1904[1] veröffentlicht worden. Diese Notiz hat bereits Gelegenheit zur Beschreibung weiterer Fälle des Processus retromastoideus oder zu einer Erwähnung und Besprechung desselben gegeben, von denen mir folgende bekannt geworden sind: 1. A. F. Le Double et Louis Dubreuil-Chambardel, Note sur le Processus retromastoideus. Compt. rend. de l'Association des Anatomistes. Septième Réunion et premier Congrès fédératif international d'Anatomie, Genève 6-10 Août 1905. Die Verfasser haben rund 1000 Schädel verschiedener Völker nachgesehen, insbesondere in der Absicht, festzustellen, ob der Processus retromastoideus ein häufiges Vorkommnis bilde und ob er etwa charakteristisch für die Papuaschädel sei. Sie kommen zu folgendem Ergebnisse:

»La proportionalité, suivant laquelle le processus retromastoideus se rencontre chez les Papous, n'est pas assez forte pour qu'il soit permis de le considérer comme un caractère ethnique de cette race.«

»Il semble, d'ailleurs, se rencontrer avec une plus grande fréquence sur les crânes de Polynésiens, et on peut le trouver, quoique plus rarement, sur les crânes d'Européens.«

»Sa présence paraît être la conséquence du développement exagéré du système musculaire, ainsi que semblerait le démontrer: 1° La coincidence sur le même sujet d'autres apophyses osseuses correspondant aux surfaces d'insertions musculaires; 2° sa plus grande fréquence du côté droit; 3° son absence constatée sur les crânes féminins.«

2. Dr. O. Schlaginhaufen, »Über eine Schädelserie von den Marianen«, Jahrbuch der St. Gallischen Naturwissenschaftlichen Gesellschaft 1905,

[1] W. Waldeyer, Remarques sur l'anatomie de l'écaille de l'occipital. Bibliographie anatomique. Supplément 1904. Compt. rend. de l'Association des Anatomistes. VI Sess. Toulouse 1904, p. 201.

S. 454—509. Schlaginhaufen untersuchte eine Anzahl Schädel von der Insel Saipan (Marianen), die vom Bezirkshauptmann Hrn. G. Fritz in Saipan gesammelt und dem Museum für Völkerkunde in Berlin überwiesen worden waren. Prof. Dr. von Luschan übergab sie Hrn. Schlaginhaufen zur Bearbeitung. S. 467, Fig. 5 wird ein unzweifelhafter Processus retromastoideus abgebildet. S. 477 heißt es weiter: »Nahe dem Margo mastoideus schließt sich eine bei manchen Schädeln mächtig entfaltete Protuberanz an (d. h. an einen Torus occipitalis[1]), die in ihrer exzessivsten Entwicklung der Form nach am ehesten dem Processus mastoideus verglichen werden kann. Zwei Drittel der Schädel, die eine Untersuchung dieser Gegend gestatteten, weisen diesen Höcker in stärkerer oder schwächerer Entfaltung auf. Vielleicht handelt es sich um dieselbe Bildung, die Waldeyer unter dem Namen ‚Processus retromastoideus' an Schädeln von Papuas beschreibt.«

Durch die Freundlichkeit von Luschans war es mir möglich, die betreffenden Schädel zu vergleichen. Es handelt sich um etwa 12 Schädel der Reihe, die so gut erhalten sind, daß die Gegend des Processus retromastoideus intakt ist. Beim Schädel S. 802 (Nr. 1 der Tabelle Schlaginhaufens — s. dessen Abbildung Fig. 5, S. 467) sind die Processus retromastoidei sehr deutlich entwickelt, mittlerer Größe und gut abgesetzt. Sehr interessant ist das auch von Schlaginhaufen betonte Vorkommen eines gut ausgebildeten Processus asteriacus (s. weiter unten) an der rechten Seite; darüber liegt noch, und zwar im Bereiche des Scheitelbeins, ein dritter Höcker, siehe die zitierte Abbildung, die übrigens diese Dinge sehr wenig gut wiedergibt. Außerdem zeigen noch zwei andere Schädel dieser Reihe, S. 803 und S. 1009, einen gut entwickelten Processus retromastoideus; bei einigen anderen ist er schwach angedeutet, jedoch unverkennbar (Nr. 2 und 3 der Tabelle Schlaginhaufens).

3. H. Matiejka, Über die an Kammbildungen erinnernden Merkmale des menschlichen Schädels. Sitzungsber. der Wiener Akad., math.-naturw. Klasse, Bd. CXV, Abt. III, Juni 1906 erwähnt S. 410 den von mir beschriebenen Processus retromastoideus und bemerkt mit Recht, daß derselbe von dem als »Crista asteriaca inferior« durch Matiejka bezeichneten Wulste unterschieden werden müsse.

---

[1] Das Eingeklammerte ist ein Zusatz von mir. Waldeyer.

4. K. Hauser, Das kraniologische Material der Neuguinea-Expedition des Dr. Finsch (1884/85) und eine Schädelserie aus Neuirland. Inauguraldissertation, Berlin 1906 sagt S. 89 von einem Männerschädel der Kaan-Inseln (Nr. 36, S. 400): »An beiden Asterien springt ein rauher Fortsatz hervor«. Das könnte meines Erachtens sowohl ein Processus asteriacus als auch ein Tuberculum supramastoideum posterius sein. Über beide Bildungen s. weiter unten.

5. In Fig. 4, zu Schädel X der Widenmannschen Arbeit (a. a. O.) gehörig, findet sich beiderseits ein kleiner, aber sehr deutlich hervortretender Processus retromastoideus abgebildet.

Die Mitteilung Staurenghis, »Sviluppo e varietà della Squama occipitale dell' uomo ecc. Atti Congr. Naz. Ital., Milano 1906 ist mir nicht zugängig gewesen; ich kann also nicht sagen, ob sie etwas über den Processus retromastoideus und die anderen hier besprochenen Dinge enthält. Soweit mir die einschlägige Literatur bekannt geworden ist, hat vor meiner ersten Mitteilung der Processus retromastoideus keine Beachtung gefunden, wenn man ihn auch in einzelnen Beschreibungen von Schädeln erkennen kann.

Ich gebe erst jetzt die ausführlichere Beschreibung mit den betreffenden Abbildungen, da ich vor allem noch eine größere Anzahl von Schädeln auf das Vorkommen dieses Fortsatzes hin untersuchen wollte. Ich kann nun mitteilen, wie das schon Le Double gefunden hat, daß der Processus retromastoideus sich auch in mehr oder minderer Häufigkeit bei anderen Völkerstämmen als den ozeanischen findet; soweit aber mein Material reicht, ist er doch am häufigsten und wohl auch am stärksten bei den Papuas entwickelt. Ich selbst fand den Fortsatz beiderseits gut entwickelt, außer an den weiter unten eingehender beschriebenen Schädeln, an dem Schädel Nr. 2 aus der Astrolabebai, der von R. Virchow in Zeitschrift für Ethnologie Bd. V, insbesondere S. 72, beschrieben worden ist. Siehe auch darüber Miklucho-Macley, ebendas. S. 188; ferner an einem Schädel der Sammlung der Berliner Gesellschaft für Anthropol., Ethnologie u. Urgesch. Nr. 1586 aus Neuguinea vom Kaiserin-Augusta-Fluß. Der Schädel stammt aus der Sammlung R. Virchows. In den von J. Fridolin, Südseeschädel, Arch. für Anthropol. Bd. 28, 1900 gegebenen Abbildungen glaube ich auch bei einigen den in Rede stehenden Fortsatz zu erkennen, wie an dem ♂ Schädel aus Lydia-Island Taf. V, Nr. 5, S. 693. Dasselbe zeigen zwei von R. Virchow gegebene Abbildungen (Fig. 1 u. 3) in der

Mitteilung über sechs Schädel aus Jaunde in Kamerun, Zeitschrift für Ethnologie, 29. Jahrgang, 1897, S. 604 ff. Kleine, jedoch deutlich erkennbare Processus retromastoidei haben die von A. Lissauer, Zeitschrift für Ethnologie Bd. 33, S. 367 beschriebenen Melanesierschädel Nr. 14, 15 und 17 von der Anachoreteninsel. Nr. 14 zeigt ihn nur links, die beiden andern an jeder Seite.

Unter 211 der von Dr. Finsch aus Melanesien mitgebrachten Schädeln (zur Zeit im Museum für Völkerkunde in Berlin) fand ich 23, an denen der in Rede stehende Fortsatz in verschiedener Stärke, jedoch deutlich als solcher erkennbar, vorhanden ist; an vier von diesen Schädeln in stärkerer Ausbildung.

H. Stahr teilte mir unterm 11. März 1904 aus Dresden brieflich mit, daß er unter den Schädeln des dortigen Anthropologischen Museums nachstehende, mit einem gut entwickelten Processus retromastoideus versehen, gefunden habe:

1. Nr. 138, Kordo, Mysore, ♂ matur. Proc. rm. beiderseits stark entwickelt und gut abgegrenzt.

2. Nr. 100, Kordo, Mysore, ♂ adult. Proc. rm. beiderseits vorhanden, aber rechts viel stärker markiert; beide sind mehr längliche Wülste, in sagittaler Richtung entwickelt.

3. Nr. 146, Kordo, Mysore, ♂ matur. Proc. rm. beiderseits sehr groß, aber flach ausgedehnt.

4. Nr. 3161, Daru, Britisch-Neuguinea, ♂ matur. Proc. rm. beiderseits gut entwickelt, doch rechts umfangreicher, aber weniger prominent.

5. Nr. 3112, Papuagolf, ♂ matur. Schädel rot, untere Hälfte der Stirn weiß. Proc. rm. links stark, rechts nur angedeutet.

6. Nr. 3127, Papuagolf, ♂ matur. Färbung des Schädels wie bei Nr. 3112. Proc. rm. beiderseits vorhanden, aber links viel stärker.

7. Nr. 3130, Papuagolf, ♂ adult. Färbung des Schädels wie bei Nr. 3127 und 3112. Proc. rm. beiderseits gut entwickelt, aber als länglicher Wulst in sagittaler Richtung.

Prof. Dr. Jacobi, Direktor des Kgl. Zoologischen und Anthropologisch-Ethnographischen Museums in Dresden, hat mir die Mitteilung dieser Daten freundlichst gestattet; ihm wie Hrn. Dr. Stahr sage ich an dieser Stelle verbindlichsten Dank!

Was die Ursache der Entwicklung des Processus retromastoideus sei, ist, wie mir scheint, nicht so leicht festzustellen. Eine Zeitlang habe ich an den Gebrauch einer »Nackenstütze« bei den betreffenden Völkerstämmen gedacht. Unter anderen berichtet darüber von Quast, daß solche in Neuguinea in Gebrauch sei; s. Zeitschrift für Ethnologie Bd. 7, S. (24). Hr. Kollege A. Krämer hatte die Güte, mich auf eine Stelle in Wilkes »Narrative of the U. S. Explor. Expedition, Vol. III aufmerksam zu machen. Es heißt dort, S. 345, von den Fidjiinsulanern: From the constant use of this pillow, a scirrhus lump, as large as a goose-egg, is often formed on the nape of the neck«. Es ist immerhin möglich, daß dieser Brauch dazu beiträgt, den Fortsatz zu häufigerer und größerer Entwicklung zu bringen. Indessen ist zu bemerken, daß, wie mir von Luschan mitteilte, die betreffenden Leute nicht mit dem Nacken auf der zu Unrecht sogenannten »Nackenstütze« zu ruhen pflegen, sondern mit der Seite des Kopfes ihr aufliegen. Wie mir aber jüngst Bolk (Amsterdam) berichtete, kommt jedoch auch die Nackenlage auf diesen Stützen vor.

Le Double führt ihn, wie wir sahen, auf eine stärkere Entwicklung der Nackenmuskulatur zurück; es ist in der Tat richtig, daß der Fortsatz sich häufiger (ob ausschließlich?) beim männlichen Geschlechte findet und daß meist auch die anderen Muskelmarken am Hinterhaupt sehr stark entwickelt sind, wenn wir einem Processus retromastoideus begegnen. Man vergleiche hierüber noch R. Virchow a. a. O., insbesondere Zeitschrift für Ethnologie Bd. V. Aber man hat wiederum weiter zu fragen, woher kommt denn die beträchtliche Entwicklung der Nackenmuskulatur bei denjenigen Stämmen, die am häufigsten den Processus retromastoideus zeigen? Bolk machte mich noch auf den gewichtigen Kopfschmuck, den bei vielen Papuastämmen die Männer tragen, und der am Nacken herabhängt, als wahrscheinliche Ursache aufmerksam. Diese Last bedingt unzweifelhaft eine stärkere Entwicklung der Nackenmuskulatur. Auffallend ist jedoch, daß der Fortsatz an der Insertion eines so kleinen Muskels, wie des Obliquus capitis superior, seinen Sitz hat. Ein eingehendes Studium der Lebensgewohnheiten der Papua mit Rücksicht auf diese Verhältnisse, sowie eingehende Muskelpräparation ihrer Nackengegend wären hier erwünscht.

Ich lasse nun eine tabellarische Zusammenstellung meiner Befunde über das Vorkommen des Processus retromastoideus an 1224 Schädeln verschiedener Völker folgen:

	Bezeichnung der Schädel	Zahl	Processus retromastoideus		
			schwach	mittel	stark
Ozeanier	Papua [1]	101	30	6	0
	Polynesier	6	1	0	0
	Australier	21	14	0	0
Asiaten	Mittelasiaten (Kalmücken, Tataren, Perser)	29	6	1	1
	Kleinasiaten (von Smyrna)	12	2	0	0
	Japaner	6	1	0	0
	Aino	2	0	0	0
	Chinesen	25	0	2	0
	Vorder- und Hinterindier	92	8	2	0
	Negritos	8	2	0	0
Afrikaner	Alt-Ägypter	24	2	0	0
	Nordafrikaner (Kairo, Tunis)	60	7	2	1
	westafrikanische und ostafrikanische Neger	233	19	4	0
	Bantuvölker	18	1	0	0
	Hottentotten und Buschmannleute	15	0	0	0
Amerikaner	nordamerikanische Indianer	27	0	1	0
	Mexikaner	15	5	0	0
	Alt-Peruaner	95	6	3	0
	Botokuden	4	1	0	0
Europa bewohnende Völker	Lappen	8	1	0	0
	Türken, Finnen, Esten, Letten	12	0	0	0
	Juden	6	0	0	0
	Slaven	20	2	2	0
	Romanen	10	2	0	0
	Schädel aus der Krim	6	1	0	0
	Tiroler	19	3	0	0
	Schädel vom Berliner Präpariersaale	350	36	13	1
	Summe sämtlicher Schädel:				
	Ozeanier	128	45	6	0
	Asiaten	174	17	5	1
	Afrikaner	350	29	6	1
	Amerikaner	141	12	3	0
	Europäer	431	45	15	1
	Gesamtsumme	1224	148	35	3

[1] Die in dieser Abhandlung besonders beschriebenen und erwähnten Papuaschädel mit starkem Processus retromastoideus sowie die von Stahr und Schlaginhaufen besprochenen sind nicht mit in den 101 hier in der Tabelle gezählten Papuaschädeln einbegriffen, sonst würde sich der Prozentsatz erheblich erhöht zeigen.

VI.

Tuberculum supramastoideum posterius und Processus asteriacus Haferland.

Um den Processus retromastoideus gut zu kennzeichnen und ihn von ähnlichen Fortsätzen scharf zu sondern, bin ich genötigt, noch auf zwei andere Fortsätze der betreffenden Schädelgegend, die ich mit den Namen Tuberculum supramastoideum posterius und anterius belegen möchte, sowie auf Haferlands Processus asteriacus näher einzugehen.

Von Haferland[1] ist unter dem Namen »Processus asteriacus« ein eigentümlicher rundlicher Fortsatz beschrieben worden, welcher an beiden Seiten sich aus dem Angulus mastoideus des Scheitelbeins entwickelt und dicht über der Sutura parietomastoidea lateralwärts wie ein kleiner Zapfen abstehend hervorragt. Auch dieser Fortsatz ist seither mehrfach, namentlich bei Melanesierschädeln, von Haferland selbst in geringerer Ausbildung vorgefunden worden. Ferner finden sich bei Schlaginhaufen a. a. O., Schädel Nr. 1 seiner Tabelle, wie vorhin S. 12 angegeben, und bei Matiejka, a. a. O. S. 22 einzelne Fälle.

Ich habe nun schon, um den Unterschied zwischen diesem Fortsatz und dem Processus retromastoideus festzustellen, auch auf den Processus asteriacus geachtet und kann zu der von Haferland gegebenen Darstellung einiges ergänzend hinzufügen: Die von Haferland beschriebene und abgebildete, ich möchte sagen, typische oder reine, gut abgegrenzte Form des Processus asteriacus ist etwas Seltenes. Bei dieser Form gehört, wie gesagt, der Fortsatz lediglich dem Scheitelbein an. Anklänge an ihn finden sich freilich häufiger, indem der unmittelbar die Sutura parietomastoidea begrenzende Rand des Scheitelbeins etwas verdickt ist und sich wie eine aufgeworfene Lippe über die Naht ein wenig hinüberwulstet. Häufiger noch als diesen Befund konstatierte ich einen anderen, der in Fig. 2 abgebildet ist; hierbei findet sich ein rundlicher oder flach erhabener, zuweilen recht ansehnlicher Höcker, der zur Hälfte dem Angulus mastoideus des Parietale, zur Hälfte der Pars mastoidea des Temporale angehört, so daß die Sutura parietomastoidea quer durch den Höcker hindurchläuft.

[1] Zeitschr. für Ethnologie 1905, Bd. 37, S. 207.

Auch hierbei kommen allerlei Varianten vor: bald sind der parietale und temporale Teil des Höckers von gleicher Größe, bald überwiegt der eine Anteil, meist nach meinen Befunden der temporale.

Sehr selten scheint ein Befund zu sein, den ich an einem Negerschädel erheben konnte, wo auf der Pars mastoidea, an der typischen Stelle des in Rede stehenden Vorsprunges, ein länglich rundlicher, fast erbsengroßer glatter Höcker sich scharf aus dem Knochen heraushebt, etwa 3 mm unterhalb der Sutura parietomastoidea, während am Parietale keinerlei Verdickung zu bemerken war; diese Hervorragung war nur einseitig ausgebildet[1].

Es fragt sich nun, ob wir den Namen »Processus asteriacus«, der von Haferland für eine ganz bestimmte Varietät des Höckers gegeben worden ist, beibehalten sollen? Ich möchte vorschlagen, den Höcker, wie ich ihn beschrieben habe, sobald die Pars mastoidea daran mitbeteiligt ist, als »Tuberculum supramastoideum posterius« zu bezeichnen, ihm aber den Haferlandschen Namen »Processus asteriacus« zu belassen, sobald er allein dem Parietale angehört.

VII.

Crista supramastoidea und Tuberculum supramastoideum anterius.

Als Crista supramastoidea wird die Fortsetzung der Wurzel des Jochbogens auf die Basis des Processus mastoideus beschrieben. Obwohl diese Benennung in die B. N. A. nicht aufgenommen ist, gehört sie doch einer so regelmäßigen und charakteristischen Bildung des menschlichen Schädels und auch vieler tierischer Schädel an, daß sie eine besondere Benennung und Beachtung verdient.

In den meisten Fällen hört diese Crista da, wo sie, gewöhnlich etwas aufwärts umbiegend, die Sutura squamosa erreicht, plötzlich auf. In andern Fällen setzt sie sich auf das Parietale fort, und zwar in die untere Schläfenlinie. Es sei hier gleich bemerkt, daß das vorhin behandelte Tuberculum mastoideum posterius im Bereiche der oberen Schläfenlinie gelegen ist. Dies ist auch bei dem Processus asteriacus Haferlands der Fall; er ge-

[1] Der Schädel stammt noch aus dem Walterschen Museum und ist in dem betreffenden gedruckten Kataloge unter Nr. 2577 bezeichnet als »Cranium Aethiopis adulti« ohne weitere Bemerkungen. Das Museum J. G. Walters wurde seinerzeit vom Staate angekauft und 1810 dem Berliner Anatomischen Universitätsmuseum einverleibt.

hört der oberen Schläfenlinie an. Gar nicht selten kommt es vor, daß in den Fällen, bei denen die Crista supramastoidea an der Schuppennaht plötzlich aufhört, der Angulus mastoideus hinter die Squama temporalis zurückweicht, so daß diese Stelle wie eingesunken erscheint. Der Rand der Squama hebt sich dann oft scharf über das Parietale hinaus und man sieht eine tiefe, unregelmäßig konturierte Depression an dieser Stelle. Häufig liegen dort auch einer oder mehrere kleine Schaltknochen. In andern Fällen, und zwar in denen, wo sich die Crista supramastoidea in die untere Schläfenlinie fortsetzt, liegen die betreffenden Knochen in gleicher Flucht und es fehlt die erwähnte Depression.

In manchen Fällen nun, namentlich dann, wenn die Depression besteht und die Crista supramastoidea sich nicht auf das Parietale fortsetzt, bildet das hinterste oberste Stück dieser Crista einen deutlichen Höcker, meist von länglicher, die Flucht der Crista selbst fortsetzender Gestalt. Der Höcker kann jedoch auch eine mehr rundliche Form aufweisen, ich nenne ihn »Tuberculum supramastoideum anterius« (s. Fig. 2). In Fig. 2 ist auch die erwähnte Depression deutlich zu sehen. Der Höcker ist schon wiederholt bemerkt und abgebildet worden, jedoch wohl noch nicht genauer besprochen und charakterisiert, was denn hiermit geschehen sein mag[1].

VIII.

Das Dreihöckerbild, Configuratio trituberculata.

An einigen Schädeln aus der Sammlung der Berliner Anthropologischen Gesellschaft fanden sich einseitig oder doppelseitig die drei hier beschriebenen Höcker, der Processus retromastoideus, das Tuberculum supramastoideum posterius und anterius fast gleich gut und deutlich ausgebildet. Hierdurch entsteht ein ungemein charakteristisches Bild des Skelettes der Regio mastoidea, für welches ich als kurze Bezeichnung den Namen »Dreihöckerbild« (Configuratio trituberculata) vorschlage. Einige dieser Schädel sind in der Spezialbeschreibung eingehender besprochen worden, und ich

[1] Brösike, G., die anthropologischen Sammlungen Deutschlands. Arch. für Anthropologie 1881 gibt, wie es scheint, als erster den Namen »Tuberculum supramastoideum« jedoch ohne weitere Besprechung. Brösike notiert diese Bildung an fünf Papuaschädeln der Berliner anatomischen Sammlung, den Nummern 10353, 10518, 10525, 10551 und 26092.

verweise darauf. Fig. 2 zeigt das Bild in klarer Weise. Sehr ausgeprägt fand ich dasselbe auch an einem Schädel aus der Privatsammlung von Luschan's (Nr. 633, vom Jahre 1883; G. Kreitner leg. in Gerrit Denys, einer kleinen Insel bei Neuirland). Hat man sich daran gewöhnt, die Stellen der drei Höcker an den Schädeln aufzusuchen, so ist man einigermaßen überrascht über die Häufigkeit, in der man wenigstens in Spuren das Dreihöckerbild wahrnehmen kann. Offenbar liegen hier mechanische, zum Teil durch Muskelwirkung bedingte Verhältnisse zugrunde. Ich glaubte deshalb besonders auf diese eigentümliche Konfiguration aufmerksam machen zu sollen.

IX.

Sulcus supramastoideus.

Bei der Betrachtung der Norma lateralis fast sämtlicher Schädel fällt es auf, daß vom äußeren Gehörgange aus sich in der Flucht der Crista supramastoidea und unter dieser eine flach ausgetiefte Furche zwischen dieser Crista und einem mehr oder weniger akzentuierten kammartigen Vorsprunge des Processus mastoideus auf das Parietale hinaufzieht. Dieser Sulcus vermag ziemlich genau das vorderste Glied des kleinen Fingers aufzunehmen, hat also ungefähr 1 cm Breite bei 2—3 cm Länge; nach hinten oben geht er unmittelbar in das zwischen beiden Schläfenlinien liegende Knochenfeld über und sein Boden zeigt stets eine größere Glätte gegenüber dem nach hinten von ihm gelegenen rauheren Teile des Warzenfortsatzes. Ich wollte auch diese Konfiguration der Regio mastoidea nicht unbesprochen lassen, denn wie mir aus der Vergleichung der Angaben der Handbücher erscheint, ist diese Bildung, welche ich als Sulcus supramastoideus bezeichne, noch nicht genügend beachtet worden. In den Abbildungen tritt sie meist unverkennbar hervor, ein Beweis, wie deutlich sie ist; aber die Beschreibungen berücksichtigen sie, soviel ich sehe, kaum. Dieser Sulcus hat eine nicht geringe topographische Wichtigkeit: An seinem vorderen Ende befindet sich der Porus acusticus externus und hinter diesem im Sulcus selbst die Spina supra meatum; vom Boden des Sulcus aus kommt man beim Aufmeißeln geradeswegs zum Antrum tympanicum, während der unmittelbar hinter dem Sulcus liegende rauhere Teil des Processus mastoideus dem Sulcus sigmoideus entspricht. Auch ist sicher-

lich das Auslaufen des Sulcus in das temporale Interlinealfeld nicht ohne Interesse. So mag denn seine besondere Hervorhebung durch eine Namengebung berechtigt erscheinen.

Literarhistorische Bemerkungen zu den Abschnitten VI—IX einschließlich.

Die Crista supramastoidea ist vielfach besprochen und beschrieben worden. Broca scheint sie zuerst benannt, und zwar mit diesem Namen belegt zu haben. Auf eine an Kollegen von Török gerichtete Anfrage hatte dieser die Güte, mir folgendes mitzuteilen: »Broca schreibt in seinen Instructions craniologiques et craniométriques de la Société d'Anthropologie de Paris, Paris 1875«: »Cà, elle (gemeint ist die Linea temporalis inferior) coupe la suture pariéto-temporale et se continue, sur la face externe du temporal, avec la ligne ou crête sus-mastoidienne.« Da nun Broca hier ohne weiteren Zusatz dies Wort gebraucht, so kann man noch zweifeln, ob diese Stelle die erste ist, wo man das Wort findet; man pflegt doch sonst, wenn man eine neue Bezeichnung einzuführen sich genötigt sieht, dies irgendwie kenntlich zu machen. Matiejka, a. a. O. S. 17 sagt ausdrücklich, daß diese schon von Hyrtl und von H. von Ihering[1] beschriebene Bildung, welcher von Ihering einen Namen wünschte, aber nicht gab, von Broca Ligne ou Crête sus-mastoidienne benannt sei. Matiejka gibt aber kein Zitat hierfür, weshalb ich mich an von Török gewendet habe.

Wenn Matiejka ferner Brösike bei den Namen »Crista s. Tuberculum supramastoideum« anführt, so ist das nicht völlig genau, da man aus den kurzen Bemerkungen Brösikes a. a. O. entnehmen muß, daß er zwischen Crista supramastoidea und Tuberculum supramastoideum, die allerdings einer Stammbildung angehören, mit Recht unterscheidet. Die Bezeichnungen von Dalla Rosa = Crista retrotemporalis, von Sergi = Eminentia temporo-mastoidea, von R. Virchow = Crista auricularis, die auch Matiejka anführt, müssen meines Erachtens hinter dem ersten von Broca gut gewählten Namen zurückstehen.

Bei Matiejka, auf dessen gründliche Abhandlung ich in dieser Beziehung noch ausdrücklich hinweisen möchte, findet man, wie mir scheint,

[1] Ihering, H. von, Die Schläfenlinien des menschlichen Schädels. Reicherts und Du Bois-Reymonds Archiv für Anatomie, Physiologie und wissensch. Medizin. 1875. S. 67.

vollständige literarhistorische Angaben über die hier als Crista supramastoidea, als Processus asteriacus Haferland und als Tuberculum supramastoideum anterius und posterius besprochenen Bildungen. Man ersicht daraus, daß auch der Haferlandsche Processus asteriacus schon bekannt gewesen ist, wenn auch vielleicht nicht in der von Haferland beschriebenen knopfartigen Form; wenigstens deutet Matiejka (a. a. O. 20) Manouvriers »Crista parietalis inferior posterior« dahin, und führt weitere Beschreibungen dieser Crista von R. Virchow, R. Martin, von H. Allen u. a. sowie eigene Beobachtungen an (s. S. 21 und 22 a. a. O.). Das, was Matiejka als Crista asteriaca superior oder eher noch als Processus asteriacus superior bezeichnet, ist von v. Török zuerst als »Crista supramastoidea posterior« beschrieben worden[1]; diese Bildung fällt mit dem zusammen, was ich mit dem Namen Tuberculum supramastoideum post. hier bezeichnet habe, oder schließt sich diesem doch an. Matiejkas »Processus asteriacus inferior« oder »Crista asteriaca inferior« (a. a. O. S. 61) ist von mir nicht berücksichtigt worden. Daß dieser Fortsatz vom Processus retromastoideus durchaus verschieden ist, gibt Matiejka mit vollem Rechte an (a. a. O. S. 62 Anm.).

Man vergleiche über diese Bildungen auch die literarhistorischen und anderen Angaben Dalla Rosas[2], insbesondere S. 81 ff.

Das, was L. Lanzi, Le anomalie della pars mastoidea del temporale umano. Con la descrizione di un nuovo gruppo di anomalie e considerazioni sulla pars mastoidea normale. Atti della R. Accademia dei Fisiocritici in Siena, Serie IV, Vol. XIX, anno accademico 216 (1907), Siena 1907, p. 99 als »Apofisi retromastoide« bezeichnet (S. 111 heißt es auch »Processo retromastoideo«), ist nichts anderes als der hinter der Incisura digastrica gelegene Teil des Processus mastoideus und hat mit dem von mir hier beschriebenen Processus retromastoideus, dem ich bereits 1903 diesen Namen gab, nichts zu tun. Meines Erachtens sollte die von Lanzi gewählte Bezeichnung, falls man überhaupt dem betreffenden Abschnitte des Processus mastoideus eine besondere Bezeichnung geben will, abgeändert werden, um Verwechselungen zu vermeiden.

---

[1] Török, Aurél von, A felkörös halántekvonalak különbözö alakjairól. Klausenburger med.-naturw. Anzeiger, Bd. I, 1879.

[2] Dalla Rosa, L., Das postembryonale Wachsthum des menschlichen Schläfenmuskels. Stuttgart 1886. 4. F. Enke.

Giuffrida-Ruggeri[1] spricht (a. a. O. S. 37) von einem »Ingrossamento retromastoideo« (tra la cresta sopramastoidea e la sutura occipito-temporale). Damit kann wohl nichts anderes gemeint sein als der Höcker oder die Verdickung, welche ich als Tuberculum supramastoideum posterius bezeichnet habe. Es bleibt indessen zweifelhaft, da keine Abbildung und keine nähere Beschreibung gegeben sind, ob nicht dasselbe gemeint ist, was später Lanzi »Apophysis retromastoidea« genannt hat, siehe das vorhin Gesagte. Jedenfalls aber kann Giuffrida-Ruggeris Ingrossamento retromastoideo nicht der Processus retromastoideus sein, wie ich ihn verstehe.

Was den von mir zu einer besonderen Benennung empfohlenen Sulcus supramastoideus anlangt, so hat ihn, wie mir scheint, zuerst Klaatsch hervorgehoben.

Unzweifelhaft sind in den überaus zahlreichen Einzelbeschreibungen von Schädeln im ganzen und von der Hinterhaupt- und Warzenfortsatzgegend die hier besprochenen Bildungen verschiedene Male erwähnt worden; man wird es mir aber nicht als Fehler anrechnen, wenn ich nicht alle diese Einzelbeschreibungen verglichen habe. Die Jahresberichte habe ich durchgesehen; diese können jedoch nicht jede Einzelheit anführen.

Was ich als Ergebnis dieser Studie ansehen möchte, ist vor allem das, daß ich auf die zum Teil von mir besonders benannten Teile: Crista supramastoidea, Tubercula supramastoidea, Sulcus supramastoideus in ihrer Zusammengehörigkeit und in ihrem häufigen, in Spuren fast regelmäßigen Vorkommen aufmerksam gemacht habe. Wir müssen in ihnen regelmäßige Schädelbildungen erkennen, die in dem »Dreihöckerbilde« zum stärksten Ausdrucke gelangen. Dies ist, soviel ich aus der Literatur entnehme, bisher noch nicht geschehen. Es wird sich empfehlen, bei künftigen Beschreibungen von Rassenschädeln, darauf zu achten; vielleicht findet man dann auch die von mir vorgeschlagenen Benennungen empfehlenswert.

Dasselbe mag für die »Impressiones occipitales« gelten. In eine zusammengefaßte Darstellung sind sie noch nicht gebracht worden. Ich mochte die Bezeichnung »Fossae« hier nicht gern verwenden, da es sich um meist ganz flache Vertiefungen handelt und wir der »Fossae« schon an andern Stellen des Hinterhauptes haben.

[1] Giuffrida-Ruggeri, Crani e Mandibole di Sumatra. Atti della Società Romana di Antropologia. Vol. IX, fasc. 3. Roma 1903. 8.

Als bisher so gut wie unbeachtet gebliebene Bildungen konnte ich den Processus retromastoideus und den horizontalen Zweigschenkel der Linea nuchae inferior hinstellen.

Die Dinge, die bisher unbekannt oder wenig beachtet waren, müssen erst einmal hervorgezogen und genau, namentlich auch in ihrem Zusammenhange mit andern Bildungen, beschrieben werden. Das ist notwendige Vorarbeit. Dieser hat die Aufklärung über die Entstehung und Bedeutung dieser äußeren Erscheinungsformen zu folgen. Das ist die spätere, aber lohnendere Arbeit. Diese kann jedoch erst nach weiteren Erfahrungen auf beschreibendem Gebiete in Angriff genommen werden.

X.
Einzelbeschreibung der betreffenden Schädel.

1. Schädel von der Insel Tamara mit Unterkiefer. Katalog 1903. Nr. 86. S. Fig. 5.

Der Schädel ist klein, phanerozyg; in der Norma occipitalis fällt auf ein starker Torus occipitalis von 5 cm Durchmesser von rechts nach links. Derselbe ist symmetrisch, so daß auf jede Schädelhälfte $2\frac{1}{2}$ cm kommen. Der Torus ist rauh, wie zerklüftet, lateral setzt er sich jederseits in eine ganz schwach angedeutete Erhabenheit fort, die bis zu einem rundlichen, stark ausgeprägten Vorsprunge, dem Processus retromastoideus geht. Die Linea nuchae inf. befindet sich in weitem Abstande von der Lin. n. superior ($3\frac{1}{2}$ cm); ihr Hauptschenkel verläuft in seinem oberen Teile fast genau rechtwinklig zu der nur sehr schwach angedeuteten Crista occipitalis externa bis beiderseits in die Nähe des Proc. retromastoideus, in welche der nur sehr kurze quere Teilschenkel übergeht, während der lange sagittale Teilschenkel in gewöhnlicher Weise fast rechtwinklig vom Hauptschenkel abgeht.

Der obere Teil der Crista occipitalis externa fehlt fast vollkommen, so daß die ohnehin großen Muskelfelder der beiden Semispinales capitis ineinander übergehen.

Unterhalb der Linea nuchae inf. ist die Crista occ. ext. zwar schwach entwickelt, aber doch deutlich. Zu beiden Seiten der Crista ein Eindruck (Impressio occipitalis inferior) von der Größe einer Fingerkuppe; er entspricht dem Muskelfeld des M. rectus capitis post. min.

Der Processus retromastoideus liegt beiderseits $1\frac{1}{2}$ cm oberhalb des Proc. mastoideus und etwas mehr median. Der der rechten Seite gleicht einem stumpf vorspringenden Zapfen und hebt sich sehr deutlich ab; seine Basis mißt im sagittalen Durchmesser 1,8 cm, im queren Durchmesser von rechts nach links fast 1,5 cm, seine Höhe beträgt 0,7 cm. Der linke hat nahezu dieselben Dimensionen, hebt sich aber nicht so scharf aus seiner Umgebung heraus.

An beiden Seiten tritt das Dreihöckerbild deutlich hervor, da man unverkennbar auch ein Tuberculum supramastoideum anterius und posterius wahrnehmen kann und außerdem über dem letzteren auf dem Angulus mastoideus des Scheitelbeins einen an den Processus asteriacus erinnernden Vorsprung. Ein Sulcus supramastoideus ist ebenfalls deutlich; er läuft zwischen Tuberculum supramastoideum anterius und posterius hindurch. Am rechten Unterkieferwinkel eine Apophysis lemuria Albrecht (s. Fig. 5 bei o).

2. Schädel von der Insel Tamara. Katalog 1903. Nr. 87.

Der Schädel ist breiter und etwas massiver als der vorhin unter Nr. 86 beschriebene.

Die obere Nackenlinie mit ihrem Torus occipitalis verhält sich genau wie bei Nr. 86. Die untere Nackenlinie ist schwach entwickelt, läßt aber auch deutlich einen horizontalen und einen sagittal verlaufenden Nebenschenkel unterscheiden, sie steht der oberen Nackenlinie auch näher. Die Crista occip. ext. bietet dasselbe Verhalten wie bei Schädel 86, d. h. sie ist erst deutlich in ihrem unteren Abschnitte auf dem Planum nuchale. Links, an der typischen Stelle, wo der quere (horizontale) Schenkel der Linea nuchae inf. auf die Linea nuchae sup. trifft, findet sich ein Proc. retromastoideus mittlerer Größe, nahezu 2 cm oberhalb des kleinen Proc. mastoideus und etwas mehr median gelegen. Rechterseits findet sich an derselben Stelle ein unbedeutender Vorsprung.

Die Incisura mastoidea und der Sulcus a. occipitalis sind beiderseits sehr deutlich.

Beiderseits findet sich auch eine deutliche, ziemlich weit auf das Scheitelbein, wenigstens rechts, hinauslaufende Crista supramastoidea und ein stumpfer Vorsprung an der Basis des Processus mastoideus, der links dieselbe Größe erreicht wie der Processus retromastoideus. An dem Höcker an der Basis mastoidea (Tuberculum supram. post.) partizipieren sowohl das unterste Stück des Angulus mastoideus vom Scheitelbein wie auch der unmittelbar anstoßende Teil der Basis des Processus mastoideus selbst, richtiger wohl gesagt, der anstoßende Teil der Pars mastoidea des Schläfenbeins; so daß die Sutura parietomastoidea mitten durch das Tuberculum hindurchgeht. Rechts ist dieses allein am Angulus mastoideus des Scheitelbeins vorhanden, und diese Bildung entspricht einem Processus asteriacus Haferland. Der Sulcus supramastoideus ist fast kleinfingerbreit und flach; er geht zwischen Crista supramastoidea und Tuberculum supramastoideum posterius hindurch.

3. Schädel. Katalog 1903. Nr. 88.

Die Norma occipitalis bietet in allem wesentlichen dieselben Verhältnisse wie die beiden vorher beschriebenen Schädel. Die obere Nackenlinie ist schwach entwickelt, mit einem mittleren Torusstück. Die untere geht sehr bald nach ihrer Kreuzung mit der (sehr schwachen) Crista occip. ext. in den absteigenden sagittalen Schenkel über, entsendet aber von der Übergangsstelle aus einen sehr deutlichen queren Schenkel, der zugleich ein wenig aufsteigt, zur Linea nuchae superior. Unmittelbar unterhalb des Vereinigungspunktes dieses queren Schenkels der Linea nuchae inf. mit der Linea nuchae sup. erhebt sich ein in sagittaler Richtung etwas verlängerter Processus retromastoideus mit rauher zerklüfteter Oberfläche; die Stellung desselben zum Proc. mastoideus ist dieselbe wie bei Nr. 86 u. 87.

Ein Proc. asteriacus ist nicht vorhanden, dagegen dringt beiderseits der Angulus mastoideus des Scheitelbeins ungewöhnlich tief in den stark entwickelten Proc. mastoideus ein.

4. Schädel von der Insel Tamara. Katalog 1908. Nr. 55. S. Fig. 6.

Deutliche Trennung einer Linea nuchae suprema von einer L. nuch. superior. Beide Linien zeigen nahe der Medianebene eine torusförmige Verdickung. Die Linea nuchae inf. zeigt das typische Verhalten: Queres mittleres Stück (Hauptschenkel), welches sich nach einer Strecke von 2 bis 2½ cm in einen absteigenden sagittalen und in einen weiter quer

laufenden Nebenschenkel teilt. Dieser quere Nebenschenkel ist viel deutlicher als der sagittale und geht in einen ebenfalls sagittal verlängerten Proc. retromastoideus über. An dessen Bildung nimmt aber mit einem mehr rundlichen Stücke beiderseits auch die Linea nuchae sup. teil. Beide Stücke zusammen bilden einen recht ansehnlichen Fortsatz; sie sind durch eine schmale Furche geschieden, die insbesondere links deutlich ist und die unzweifelhaft die Arteria occipitalis aufgenommen hat.

Die Crista occip. ext. verhält sich wie bei den übrigen beschriebenen Schädeln, d. h. sie ist nur auf dem unteren Teile des Planum nuchale deutlich.

An Stelle des Processus asteriacus findet sich ein stumpf rundlicher Vorsprung von nahezu derselben Größe wie der Proc. retromastoideus; davor springt auch das Ende der Crista supramastoidea etwas stärker vor, und zwar ist der Abstand dieses Endes vom Proc. asteriacus ziemlich ebenso groß wie der des letzteren vom Proc. retromastoideus, so entsteht ein deutliches Dreihöckerbild und ein deutlicher fast fingerbreiter, Sulcus supramastoideus.

5. Schädel von der Insel Tamara. Katalog 1908. Nr. 56.

Es existieren deutlich eine Linea nuchae suprema und superior, beide wieder mit torusförmigen Verdickungen nahe der Mittellinie des Schädels. Die Linea nuchae inf. zeigt dasselbe Verhalten wie an den bisher beschriebenen Schädeln.

Die Processus retromastoidei sind an beiden Seiten nur angedeutet, jedoch an der typischen Stelle. Ebenso findet sich eine schwache Andeutung des Proc. asteriacus; dagegen ist das hintere Ende der Crista supramastoidea stark verdickt. Hinter diesem verdickten Ende schiebt sich beiderseits der Angulus mastoideus ossis parietalis gleichsam hinter die Schuppe ein, so daß ein großer vorn blind abschließender Spalt zwischen Temporale und Parietale entsteht. Auch hier ist an beiden Seiten ein Dreihöckerbild unverkennbar. Eine Crista occipitalis externa ist kaum sichtbar. Die untere Hälfte des Proc. mastoideus sin. fehlt, sie ist abgebrochen.

6. Schädel von der Insel Tamara. Katalog 1908. Nr. 57.

Linea nuchae suprema nur undeutlich entwickelt, L. n. superior kräftig, in ihrer mittleren Partie mit deutlichem Torus, der sich in einiger Entfernung von der Mittellinie am deutlichsten, fast zu einer Art Tuberculum entwickelt. Die Crista occip. ext. ist deutlich vorhanden, sie spaltet sich in der Nähe des Torus occipitalis in zwei nur undeutliche Schenkel, die je auf einen der stärkeren seitlichen Torusteile zulaufen und mit der mittleren schwächeren Toruspartie ein dreieckiges Feld umschließen.

Die Linea nuchae inf. ist in der typischen Form entwickelt, jedoch wenig ausgeprägt. Beiderseits besteht ein in sagittaler Richtung verlängerter starker Proc. retromastoideus; sagittaler Durchmesser 2.4 cm jederseits, querer 1.1 cm gleichfalls jederseits. Höhe 0.6 cm. Deutlich zeigt sich wiederum ein Tuberculum supramastoideum posterius (Processus asteriacus) jederseits, ebenso die hier sehr starke Verdickung, mit der die Crista supramastoidea aufhört, sowie die blinde spaltförmige Vertiefung zwischen Schläfenschuppe und Parietale an dieser Stelle. So bietet auch dieser Schädel in der Norma lateralis das Dreihöckerbild.

7. Schädel von der Insel Tamara. Katalog 1908. Nr. 58.

Linea nuchae suprema deutlich, L. n. superior in ihrem mittleren Teile zu einem schwächeren, aber deutlichen Torus entwickelt; seitlich geht sie jederseits in einen kleinen, jedoch deutlichen Proc. retromastoideus über, und zwar an der typischen Stelle, da wo der quere Nebenschenkel der Linea nuchae inf. auf die Linea nuchae sup. trifft. Links läuft wieder eine Furche über den Processus retromastoideus, sie teilt ihn in einen größeren Anteil für die Linea nuch. sup. und einen kleineren für die Linea nuchae inf. Auch erkennt man in der Norma lateralis das Dreihöckerbild. Rechts ist von diesen Höckern der Processus asteriacus am stärksten entwickelt, aber er wird hier fast allein vom Temporale gebildet, der Anteil des Parietale ist sehr gering, so daß, wenn man die Haferlandsche Bezeichnung beibehalten wollte, doch die von ihm gegebene Beschreibung nicht passen würde, da der von ihm benannte Fortsatz ausschließlich vom Parietale gebildet wird. Der sagittale Teil der Linea nuchae inf. ist sehr schwach entwickelt, ebenso die Crista occip. ext., welche in der Mitte und dicht oberhalb des For. magnum kaum erkennbar ist.

8. Schädel. Katalog 1896. Nr. 167.

Die Linea nuchae superior läuft nach beiden Seiten von einem sehr starken rauhen Hinterhauptstachel aus; sie ist scharf, kantig und leicht kragenförmig nach unten überhängend; beiderseits setzt sie sich über die Sutura occipito-mastoidea hinweg auf die Pars mastoidea des Schläfenbeines fort und wendet sich auf dieser bogenförmig nach unten, wo sich die dadurch erzeugte deutliche Verdickung etwa 1 cm oberhalb der Spitze des Processus mastoideus verliert. Gleichzeitig erscheint die in der Fortsetzung des Jochbogens verlaufende Crista supramastoidea sehr stark entwickelt und oberhalb des Proc. mastoideus gleichfalls zu einem deutlichen Tuberculum insbesondere auf der rechten Seite verdickt. Auch an der Stelle, wo der Processus retromastoideus sich ausbildet, ist eine kleine Verstärkung der Linea nuchae superior zu sehen, so daß auch hier, wenngleich in schwächerer Ausbildung ein Dreihöckerbild herauskommt. Der stärkste Höcker ist der mit der Crista supramastoidea zusammenhängende. Auf der Außenfläche des Proc. mastoideus findet sich jederseits ein deutlicher Rest der Sutura squamosomastoidea (petrosquamosa) Beide Processus mastoidei sind nur von mittlerer Größe, eher klein zu nennen.

Die Linea nuchae inferior und die Crista occipitalis sind nur sehr schwach ausgebildet, doch sind die an der Lin. n. inf. zu unterscheidenden drei Teile sehr wohl kenntlich.

9. Schädel. Katalog 1895. Nr. 112.

Die Protuberantia occipitalis externa ist gut entwickelt, eine Linea nuchae superior ist jedoch beiderseits nur schwach angedeutet bis zu der Stelle, wo der Processus retromastoideus sich zeigt, das heißt, bis zum Zusammenstoß des queren Schenkels der Linea nuchae inf. mit der Linea nuchae superior. Hier springt unvermittelt ein, wenn auch mäßig entwickelter, so doch deutlicher Processus retromastoideus vor, und nun läuft stark ausgebildet eine kragenförmig gestaltete Linea nuchae superior auf den Processus mastoideus über, dort eine scharfe Kante bildend mit tiefer Incisura mastoidea. Die Linea nuchae inferior ist schwach entwickelt, aber alle ihre drei Teile sind deutlich. Von der Crista occipitalis externa ist nur der untere Teil ausgebildet, der obere fehlt gänzlich.

10. Schädel. Katalog 1885. Nr. 55.

Die Protuberantia occipitalis externa ist kaum markiert, sehr deutlich ist dagegen auf beiden Seiten eine regelmäßig quer verlaufende Linea nuchae superior, richtiger hier als »Crista« zu bezeichnen. Diese ist deutlich von der Mittellinie, wo sie kontinuierlich von einer zur andern Seite übergeht, nur 3 cm weit lateralwärts entwickelt, dann zeigt sie sich beiderseits symmetrisch nur ganz schwach angedeutet. An der Wurzel des Processus mastoideus beginnt plötzlich wieder eine scharfe kragenförmige Ausbildung der Linie, die namentlich links eine ungewöhnlich tiefe Incisura mastoidea erzeugt.

Die Linea nuchae inferior hat links nur ein kurzes gemeinsames Stück und spaltet sich bald in ihre zwei Schenkel.

Der Sulcus supramastoideus ist beiderseits schmal, namentlich rechts, wo er fast wie eine Gefäßfurche aussieht; beiderseits geht er deutlich in das Feld zwischen beiden Lineae temporales über.

Von der Crista occipitalis externa ist nur der untere Teil deutlich.

11. Schädel. Katalog 1885. Nr. 61.

Alle drei Nackenlinien sind angedeutet; bemerkenswert ist an der linken Seite ein deutliches Tuberculum etwa in der Mitte des queren Nebenschenkels der Lin. nuchae inf., jedoch nicht an der Stelle, wo derselbe die Linea nuchae superior trifft, sondern weiter medianwärts gelegen. Dies Tuberculum ist vom Processus retromastoideus wohl zu unterscheiden.

Der Sulcus supramastoideus ist beiderseits flach und fingerbreit.

12. Schädel. Katalog 1884. Nr. 58.

Auffallend ist an diesem Schädel die sehr starke Ausbildung des Systems der Linea nuchae inf. bei ganz schwach entwickelter Linea nuchae superior. Wir finden einen sehr starken, breit entwickelten Anfangsteil der Linea nuchae inferior, deren Mitte einem dicken Tuber gleich vorspringt. Über diesem Tuber findet sich namentlich rechts eine flache Grube, groß genug, um eine Fingerkuppe aufzunehmen. Diese Grube liegt zwischen der Linea nuchae inferior und superior; letztere ist in diesem Bereich noch deutlich ausgebildet. Ein querer Teilschenkel der Linea nuchae inferior ist nur sehr schwach entwickelt und kurz, dagegen ist der sagittale Teilschenkel sehr stark entwickelt, fast cristaartig ausgebildet und geht unter rechtwinkliger Abknickung aus dem Hauptschenkel hervor. Auch hier zeigt sich jederseits dicht unter der Abgangsstelle eine Art besonderen Tuberculums.

Die Crista occipitalis externa ist in beiden Teilen gut ausgebildet und scharfkantig vorspringend. Alle diese starken Leisten und Vorsprünge geben der betreffenden Hinterhauptsschuppe ein stark zerklüftetes eigenartiges Aussehen.

Beide Sulci supramastoidei flach und breit.

13. Schädel. Katalog 1903. Nr. 53.

Die Lineae nuchae superior und inferior sind in allen ihren Teilen sehr gut und regelmäßig ausgebildet; oberhalb der starken Protuberantia occipitalis externa zeigt sich eine tiefe, regelmäßig geformte Impression, Impressio occipitalis superior, so groß, daß sie eine Daumenkuppe aufnehmen kann; dadurch ist die Protuberanz nach unten herabgedrückt.

Die Linea nuchae superior läuft scharfkantig und bogenförmig an diesem herabgedrückten Teile von einer zur andern Seite. Der Hauptteil der Linea nuchae inferior ist links 2, rechts 3 cm lang und spaltet sich dann in die beiden Schenkel; diese schließen naturgemäß links, d. h. also da, wo der Hauptschenkel kürzer ist, ein größeres Muskelfeld ein als rechts. Der Hauptteil der Linea nuchae inferior ist breit und etwas zerklüftet, die beiden Endschenkel sind schmaler und feiner ausgebildet. Da, wo der quere Endschenkel die Linea nuchae superior trifft, also an der typischen Stelle des Processus retromastoideus, zeigt sich eine kleine, aber deutliche Hervortreibung.

Die Crista occipitalis externa ist nur in ihrem unteren Teile, dort aber sehr stark und scharfkantig ausgebildet. Zu beiden Seiten zeigt sich eine tiefe Impression, die Impressio occipitalis inferior, fast so groß wie die genannte Impressio occipitalis superior.

Die Sulci supramastoidei sind flach, aber deutlich.

14. Schädel. Katalog 1900. Nr. 72.

An diesem Schädel zeigt sich auch die Impressio occipitalis superior, aber flacher, wie an dem Schädel Nr. 53, 1903. Wie an dem eben genannten Schädel geht die Linea nuchae sup. in regelmäßigem scharfkantigen Bogen an der Protuberantia occipitalis externa von einer Seite zur andern über.

Die Linea nuchae inferior ist in allen Teilen schwach ausgebildet. Ihre Teilung in die beiden Endschenkel findet erst dicht an der Linea nuchae superior statt, so daß das Muskelfeld zwischen diesen Schenkeln sehr schmal ist. An beiden Seiten, namentlich aber links, ist die Teilungsstelle da, wo sie mit der Linea nuchae superior zusammenstößt, deutlich etwas vorgetrieben. Man muß diese Hervortreibung als einen rudimentären Processus retromastoideus ansehen.

Beide Sulci supramastoidei sind flach; sie gehen deutlich in das Feld zwischen den beiden Temporallinien über.

Schädel A (Sammlung der Berliner Gesellschaft für Anthropologie, Ethnologie und Urgeschichte).

Der Schädel ist dolichocephal, sämtliche Knochen sehr massiv, in auffallender Weise die Jochbeine und Jochbogen sowie die Processus mastoidei, welche sehr breit sind. Das Nasengerüst ist sehr breit, so daß die beiden Orbitae weit auseinanderstehen; oberhalb der Nasenwurzel ein größerer Defekt, durch welchen die sehr geräumige Stirnhöhle der linken Seite eröffnet ist. Die Lamina papyracea der rechten Seite ist zerstört; Unterkiefer fehlt. Die beiden medianen Schneidezähne sind, wie es scheint, vor längerer Zeit künstlich entfernt worden; die Alveolen fehlen. Die Alveolen der lateralen Schneidezähne, der Eckzähne und der Praemolaren sind vollständig erhalten, die betreffenden Zähne fehlen jedoch, die drei Molaren sind jederseits erhalten, sie sind stark abgekaut. Infolge des Fehlens der Alveolen für die medianen Schneidezähne erscheint das Foramen incisivum stark nach vorn gerückt, so daß es sich fast auf der Kante des Oberkiefers öffnet. Die Öffnungen in der Nasenhöhle liegen in der gewöhnlichen Weise weiter zurück.

Der Schädel zeigt in ausgezeichneter Weise das sogenannte Dreihöckerbild (s. die Fig. 2). Am meisten nach hinten an der typischen Stelle findet sich ein ansehnlicher Proc. retromastoideus; derselbe liegt dicht hinter der Sutura occipitomastoidea. Die Lineae nuchae sind sehr wenig deutlich, namentlich die obere Nackenlinie; in der Mitte, wo die Protuberantia occipitalis externa liegen sollte, findet sich eine tiefe Impression, die Im-

pressio occipitalis superior, unter derselben eine rauhe, etwas hervorragende Stelle, die wohl als die Protuberantia occipitalis externa aufzufassen ist. Von hier aus geht links und rechts am Rande der genannten Depression eine kleine Knochenleiste nach oben und lateralwärts; sie hängt mit zwei starken flachen Höckern zusammen, einem oberen und einem unteren, der obere ist der kleinere; von ihm aus geht deutlich eine breite Erhabenheit quer nach außen auf das Scheitelbein zu, welches sie erreicht, aber an der Sutura lambdoidea aufhört, und diese rauhe Erhabenheit könnte für eine obere Nackenlinie gehalten werden, ist es aber nicht. Denn die obere Nackenlinie trifft nicht das Scheitelbein, man muß vielmehr eine zweite, wenig hervortretende, mehr platte, bogenförmig auf die Basis des Processus mastoideus zulaufende Erhabenheit, die gleichfalls von dem oberen Höcker ihren Anfang nimmt, als obere Nackenlinie ansprechen. Die untere Nackenlinie geht von dem erwähnten unteren Nackenhöcker aus und ist ziemlich deutlich; sie ist aber mit ihrem Hauptschenkel ganz nahe an die obere Nackenlinie herangerückt; da, wo sie die obere Nackenlinie trifft, ist der Fortsatz entwickelt, den ich für den Processus retromastoideus erklären muß.

An der Basis des Processus mastoideus, und zwar vor der Sutura occipitomastoidea, findet sich ein zweiter großer Höcker, den ich als Tuberculum supramastoideum posterius bezeichne; er ist der stärkste von den drei in dieser Gegend vorkommenden Höckerbildungen. An seinem hinteren Umfange läuft die Linea nuchae superior aus.

Dieser mittlere Höcker greift auch ein wenig auf das untere Ende des Scheitelbeins über, und man kann diese kleinere, auf dem Scheitelbein befindliche Partie mit Haferlands Proc. asteriacus identifizieren; sie ist in der Fig. 2 deutlich. Da indessen der größere Teil des Höckers auf dem Warzenfortsatze selbst liegt, also dem Temporale angehört, so ist doch die hier beschriebene Bildung eine andre, jedenfalls nicht vollständig gleiche, und muß besonders bezeichnet werden.

Noch weiter nach vorn, in der gleichen Höhe wie die beiden eben beschriebenen Höcker, befindet sich ein ebenso deutlicher dritter, welcher der Crista supramastoidea angehört und sich da erhebt, wo diese Crista die Übergangsstelle zwischen der Schuppennaht und der Sutura parietomastoidea erreicht; sie liegt unmittelbar vor dem Winkel, den diese beiden Nähte miteinander bilden (vgl. die Figur). Sonach gehört, wie ein Blick auf die Figur lehrt, der vorderste Höcker dem vorderen Abschnitte der Basis des Proc. mastoideus an, der mittlere Höcker dem hinteren Teile dieser Basis. Beide Höcker bezeichne ich als Tubercula supramastoidea, und zwar den vorderen als Tuberculum supramastoideum anterius, den hinteren als Tuberculum supramastoideum posterius. Als dritter Höcker kommt nun der erwähnte Processus retromastoideus hinzu, der dem Hinterhaupt angehört.

Schädel B (Sammlung der Berliner Gesellschaft für Anthropologie, Ethnologie und Urgeschichte).

Dieser Schädel zeigt alle Charaktere des vorigen, nur sind die Alveolen der mittleren Schneidezähne des Oberkiefers deutlich vorhanden, es ist aber auch hier die Öffnung des Foramen incisivum auffallend nahe an diese Alveolen herangerückt. Das Dreihöckerbild zeigt sich hier, wenn auch minder deutlich, ganz so wie beim Schädel A. Bemerkenswert ist, daß die Hervorragung am Angulus mastoideus des Scheitelbeins, welche dem Proc. asteriacus von Haferland entspricht, hier deutlicher hervortritt, aber auch hier findet sich unterhalb der Naht, entsprechend der Stelle am Scheitelbein, auch eine Verdickung am Proc. mastoideus.

Schädel C (Sammlung der Berliner Gesellschaft für Anthropologie, Ethnologie und Urgeschichte).

Dieser Schädel zeigt im großen und ganzen ähnliche Charaktere wie die beiden vorhergehend beschriebenen A und B. Von Interesse ist, daß sich hier ebenfalls das Dreihöckerbild erkennen läßt, wenn auch in etwas abgeänderter Weise. Hier ist die Linea nuchae superior zu einem kräftigen Torus occipitalis ausgebildet, die Linea nuchae inferior ist schwach; sie zeigt aber deutlich alle ihre drei Teile. Da, wo ihr querer Nebenschenkel die torusartige Linea nuchae superior trifft, zeigt sich eine Verstärkung dieses Torus, die sich noch ein wenig weiter zum Processus mastoideus hin fortsetzt und dicht hinter der Sutura occipitomastoidea mit einem ziemlich starken Vorsprunge plötzlich aufhört; ich glaube nicht fehlzugehen, wenn ich diesen Vorsprung als Anlage eines Processus retromastoideus deute. Ein Tuberculum supramastoideum posterius ist rechts nicht vorhanden, auch nicht einmal angedeutet, links ist es schwach angedeutet, sowohl am Processus mastoideus selbst als auch am Angulus mastoideus des Scheitelbeins. Sehr bemerkenswert ist das Tuberculum supramastoideum anterius. Der Jochbogen setzt sich wie gewöhnlich über die Ohröffnung hinweg in die Crista supramastoidea fort; aber der Teil dieser Leiste, welcher über der Ohröffnung liegt, ist nur sehr schwach ausgebildet, wogegen der auf dem Processus mastoideus gelegene Teil sehr stark vorspringt und das Bild eines in die Länge gezogenen Tuberculum gibt, welches scharf an der Sutura squamosa aufhört.

Die zuletzt beschriebenen drei Schädel A, B und C aus der Sammlung der Berliner Gesellschaft für Anthropologie, Ethnologie und Urgeschichte sind Alfurenschädel. Sie sind bereits von R. Virchow in der Zeitschrift für Ethnologie kurz beschrieben worden, Bd. 21, 1889, Verhandlungen S. 170 ff. Der Schädel A trägt ein kleines Etikett Al. S. Nr. 4 (Alfurenschädel Nr. 4), ferner die Inschrift »Tutekee, Letti« und ein größeres Etikett, worauf mit Blaustift die Ziffer 4 geschrieben steht. Die Virchowsche Beschreibung steht a. a. O. S. 179 unter 3 Nr. 4. — Der Schädel B trägt auf kleinem Papieretikett das Zeichen Al. S. Nr. 15 und die Inschrift »Larat, Timor Laut«; die Virchowsche Beschreibung steht a. a. O. S. 174 unter Nr. 7. — Der Schädel C trägt das Zeichen Al. S. Nr. 8 und die Inschrift »Sjerra, Tenimber«; ferner auf einem größeren Etikett die Blaustiftziffer 1 und mit Bleistift »Bäßler«. Die Virchowsche Beschreibung steht a. a. O. S. 171 unter Nr. 2. — Die Bezeichnungen A, B, C habe ich diesen Schädeln zur Abkürzung gegeben. In der Virchowschen Beschreibung ist nichts über die Höckerbildungen, die hier abgehandelt werden, gesagt.

Die unter Nr. 1—14 beschriebenen Schädel befinden sich in der Sammlung der Berliner Anatomischen Anstalt.

Inhalt.

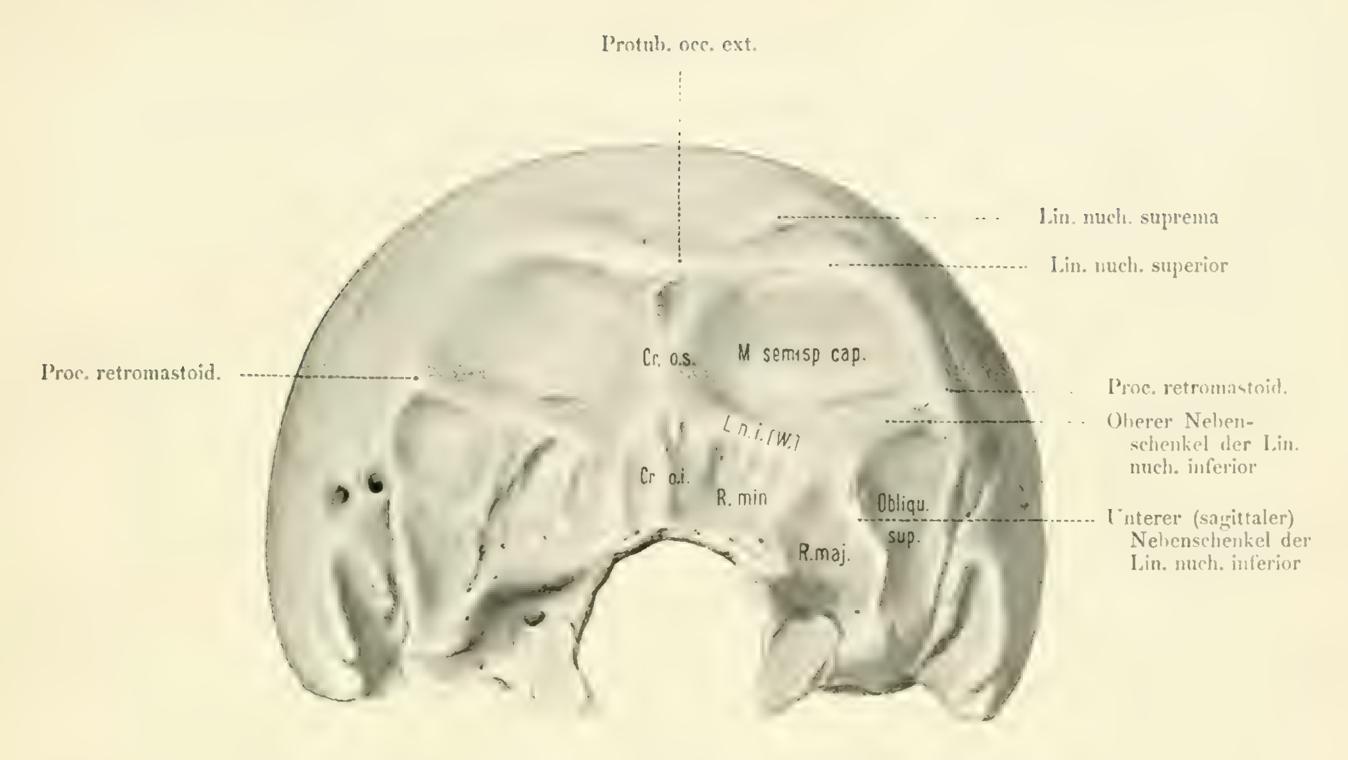


Fig. 1. Norma occipitalis eines Männerschädels. Lineae nuchae.

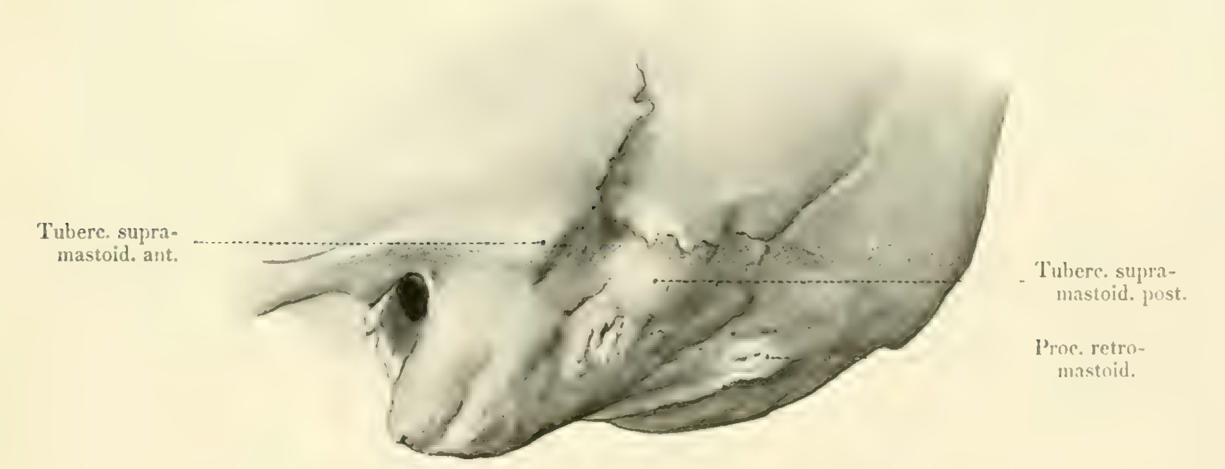


Fig. 2. Regio mastoidea eines Männerschädels. Dreihöckerbild.

Waldeyer: Der Processus retromastoideus. Taf. I.





Fig. 3. Muskelansätze am Hinterhauptbein.

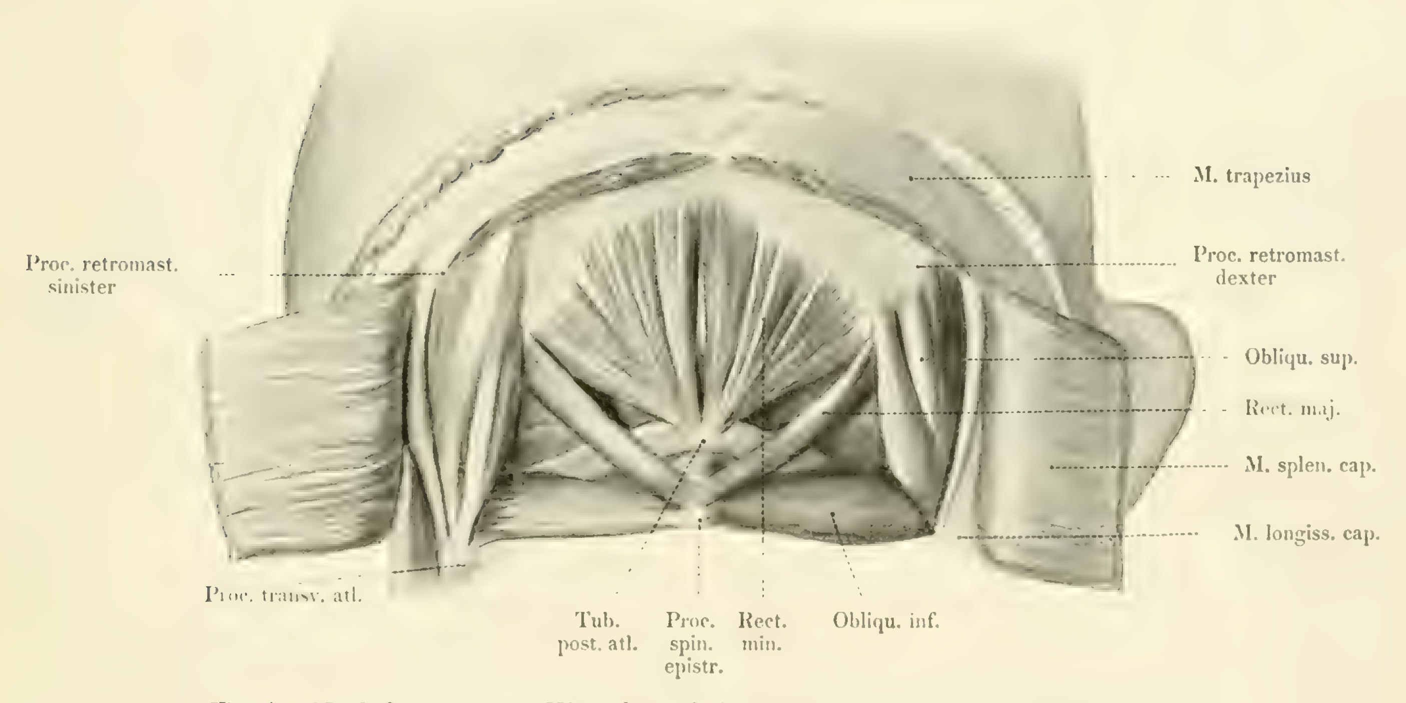


Fig. 4. Muskelansätze am Hinterhauptbein. Abnormer M. rectus cap. post. maj.

Waldeyer: Der Processus retromastoideus. Taf. II.

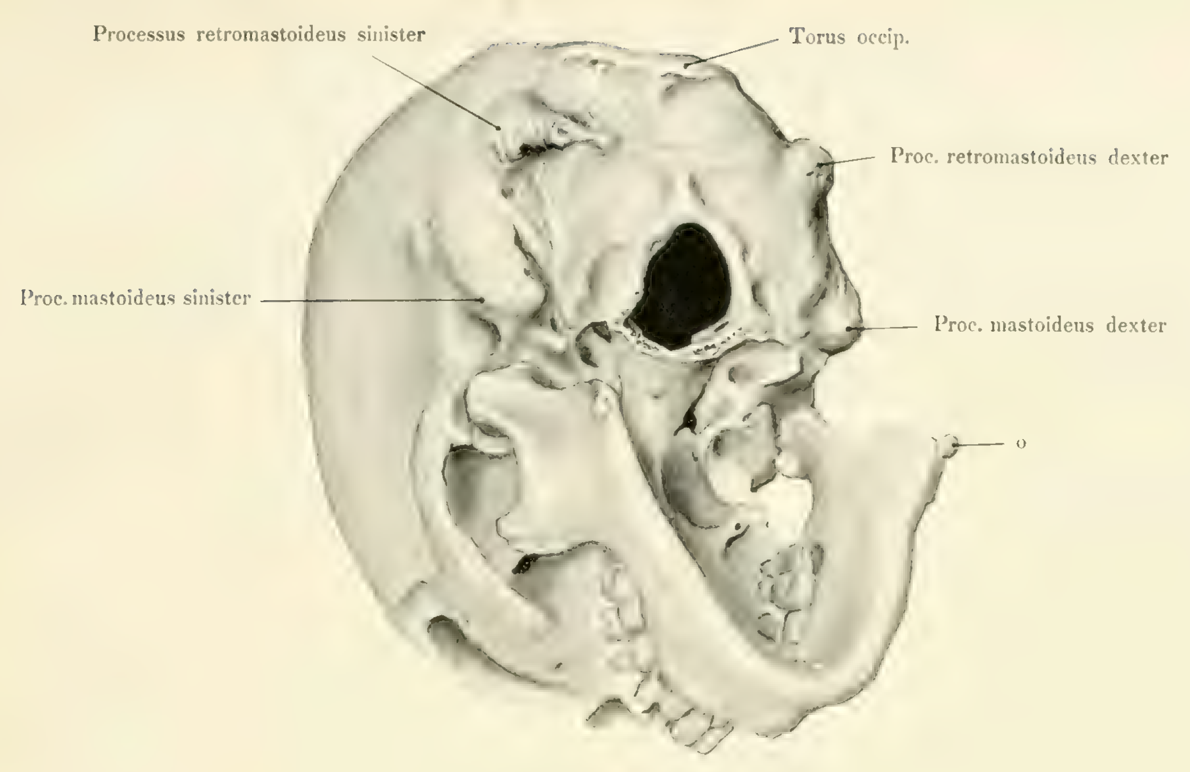


Fig. 5. Papuaschädel. Processus retromastoideus.

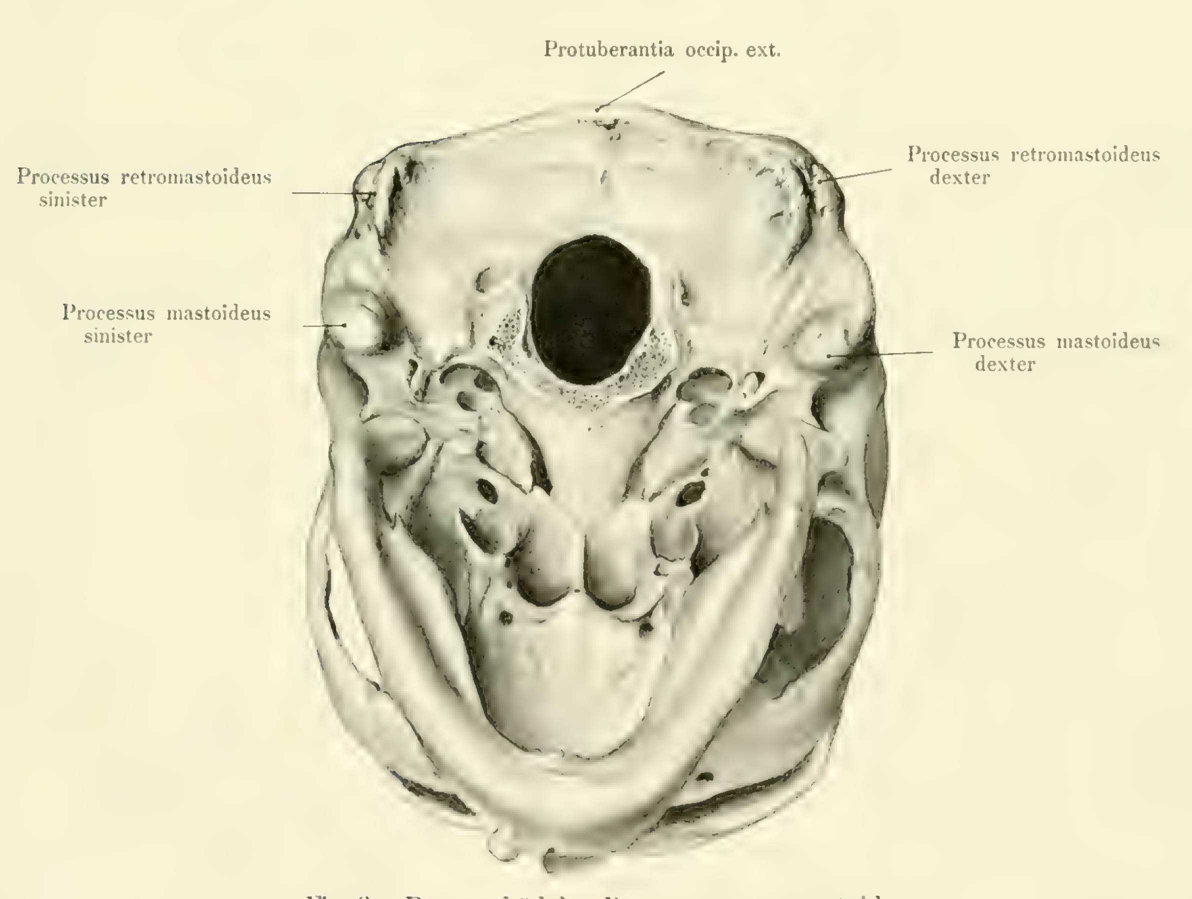


Fig. 6. Papuaschädel. Processus retromastoideus.



ANHANG.

ABHANDLUNGEN NICHT ZUR AKADEMIE GEHÖRIGER GELEHRTER.



Über die Kerne des menschlichen Hirnstamms.

(Medulla oblongata, Pons und Pedunculus cerebri.)

Von

L. JACOBSOHN.

Vorgelegt von Hrn. Waldeyer in der Sitzung der phys.-math. Klasse am 17. Juni 1909.
Zum Druck verordnet am 24. Juni 1909, ausgegeben am 16. Oktober 1909.

Vorliegende Arbeit bildet die Fortsetzung derjenigen über die Kerne des menschlichen Rückenmarks (Anhang zu den Abhandlungen der Kgl. Preuß. Akad. d. Wiss. 1908. Phys.-math. Klasse).

Auf einer vollständigen Schnittserie, welche durch das menschliche Rückenmark gelegt und nach dem Nißlschen Verfahren gefärbt war, ließen sich die Gruppen der Nervenzellen der grauen Substanz ziemlich exakt bestimmen. Da auch bisher unbekannte Zellgruppen dabei gefunden worden sind, so war vorauszusehen, daß bei gleicher Durchforschung des Hirnstamms eine noch größere Ausbeute an wertvollen Befunden erzielt werden würde.

Die Angaben, welche man über die Zellkerne des menschlichen Hirnstamms in den einzelnen Abhandlungen und Lehrbüchern antrifft, bedürfen sicher der Ergänzung. Sie sind nur bei einem Teile richtig, bei einem anderen Teile sind sie ungenau oder vollkommen irrtümlich. Es liegt das auch daran, daß die bei Säugetieren (Hund, Katze, Kaninchen) gefundenen Verhältnisse vielfach auf den Menschen übertragen werden, obwohl sich recht große Unterschiede zwischen ihnen finden. Es ist selbstverständlich, daß, wenn sich nun pathologische Befunde auf eine unsichere Grundlage stützen, sie schon von vornherein den Charakter der Unsicherheit an sich tragen müssen.

War schon aus diesem Grunde eine Revision der bisherigen Feststellungen über die im Hirnstamm befindlichen Kerne unumgänglich nötig, so haben diese Untersuchungen, wie ich hoffe, auch neue, bisher unbekannte Tatsachen ergeben, die der Beachtung wert sind.

Das möglichst frische Material[1] wurde in der gleichen Weise vorbereitet, wie es in der Arbeit über die Rückenmarkskerne angegeben ist.

[1] Für die Überlassung von solch frischem Material, welches 6—8 Stunden post mortem in Bearbeitung genommen werden konnte, bin ich Hrn. Prof. Benda zu großem Danke verpflichtet.

Die Härtung geschah in 96prozentigem Alkohol; die einzelnen Querscheiben des senkrecht zerteilten Hirnstamms wurden in Paraffin eingebettet, die 20—30 μ dicken Schnitte wurden mit Toluidinblau (Grübler) gefärbt. Im ganzen habe ich vier Serien durchgesehen. Von diesen war eine absolut vollständig, während die anderen Ergänzungsserien darstellten. Zwei der letzteren sind von meinen Schülern Hrn. Dr. Malone und Hrn. Dr. Agadschanianz angefertigt. Beiden Herren sage ich für die Überlassung ihrer Serien, die sie zum Studium der Thalamus- bzw. der Kleinhirnkerne angelegt hatten, meinen besten Dank.

Von den Zellkernen des Hirnstamms lassen sich außer denjenigen, die sich durch ihre auffallende Größe oder Konfiguration herausheben, wie z. B. die Oliven, Brückenkerne usw., besonders noch diejenigen gut erkennen und abgrenzen, welche sich durch eine spezifische Struktur ihrer Zellen auszeichnen. Dazu gehören vor allem die motorischen Kerne, ferner die Pigmentkerne, die sympathischen Kerne, der Kern der Radix mesencephalica N. trigemini usw. Aber auch bei den anderen Kernen hoffe ich die Abgrenzung ziemlich genau, wenigstens erheblich genauer, gegeben zu haben, als es bisher geschehen ist.

Es braucht natürlich nicht erwähnt zu werden, daß auch die Nißlsche Methode, so sehr sie in dieser Hinsicht die anderen Methoden überragt, schließlich der Erkenntnis eine Grenze setzt. Und so wird sicher ein späterer Untersucher, der vielleicht den Vorteil hat, mit Methoden zu arbeiten, welche es ermöglichen, alle Zellarten an ihrer besonderen Struktur unterscheiden zu können, manches von dem hier Gegebenen zu revidieren und zu verbessern haben.

Bei einer Färbung von recht frischem Material mit gutem Toluidinblau gelingt es, man kann beinahe sagen, jede motorische Zelle zu erkennen. Die Färbung muß allerdings zu diesem Zwecke eher etwas schwächer als zu stark sein. In solchen Fällen sieht man schon bei verhältnismäßig geringer Vergrößerung (Zeiß Obj. C, Ocul. 2) sehr deutlich die typische tigerfellartige Struktur der Zellsubstanz; dieses Aussehen zeigen niemals die sensiblen Zellen; das blau gefärbte Protoplasma bietet bei ihnen bei der angegebenen Vergrößerung ein fast vollkommen homogenes Bild dar. Das tigerfellartige Aussehen der motorischen Zellen, welches durch die gröberen, mosaikartig angeordneten Nißlschen Granula erzeugt wird, ist ganz besonders deutlich bei den Zellen des distalen Neurons, d. h. also bei Nerven-

zellen, deren Achsenzylinder direkt zur quergestreiften Muskulatur geht; aber auch bei motorischen Zellen übergeordneter Neurone ist diese Struktur prägnant, vielleicht nur, daß bei diesen die Nißlschen Schollen ein wenig zarter sind. Durch dieses Kennzeichen gelang es, motorische Zellen auch da herauszufinden, wo man sie kaum vermutet hatte, und auch da, wo sie vereinzelt liegen und mit Zellen anderer Gattung untermischt sind. Umgekehrt war es möglich, bei anderen Zellen, die ihrer Form und Größe nach als motorische angesprochen werden konnten, deren andersartigen Charakter zu bestimmen. Diese Unterscheidung motorischer und sensibler Zellen ist bei stärkerer Vergrößerung, womöglich bei Ölimmersion, oftmals nicht so sicher wie gerade bei der angegebenen schwächeren Vergrößerung.

Die Durchsicht der Präparate erfolgte, anknüpfend an das Rückenmarksbild, von kaudal nach oral zu. Diese Richtung ist als die führende bei der Besprechung des einzelnen im Auge zu behalten.

Dieselbe Einteilung der Kerne hier zu geben, wie es im Rückenmark geschah (motorische, sympathische usw.), hielt ich für nicht opportun, da hierdurch zusammengehörige Gebiete zu stark auseinandergerissen worden wären; es werden vielmehr im einzelnen zuerst die Kerne der Medulla oblongata, dann diejenigen des Pons und schließlich diejenigen der Hirnschenkelgegend bis zum Thalamus besprochen werden. Daß viele Kerne natürlich diese Grenzen nicht einhalten, ist bekannt.

Ich möchte auch hier gleich hervorheben, daß ich ebenso wie in meiner Arbeit über die Rückenmarkskerne die Literatur erst durchgesehen habe, nachdem ich meine Untersuchungen abgeschlossen hatte. Bei der Fülle der Literatur ist es leicht möglich, daß hier und da eine nicht unwichtige Arbeit vielleicht übersehen worden ist. Das ist ein Fehler, dem heutzutage wohl selten Einer entgeht. Bei Anführung der Literatur habe ich mich auf eine ganz kurze Wiedergabe der Befunde beschränkt, welche die Autoren erhoben haben. Eine Diskussion darüber wurde vermieden, um die Arbeit nicht zu vergrößern.

Die Bezeichnung der einzelnen Kerne geschah niemals nach den Autoren, die sie zuerst beschrieben haben. Ließe man dies Prinzip gelten, so käme man mit der Zeit ins Uferlose — man erwäge nur, was z. B. alles unter »Stillingscher Kern« verstanden werden könnte. Alle Abhandlungen und Bücher würden zwar eine schöne Denkmalsallee darstellen, aber sie würden dem Lernenden das Verständnis außerordentlich erschweren.

Die Kerne sind vielmehr stets entweder nach ihrer Funktion oder nach ihrer Lage und Gestalt bzw. ihrem Zellcharakter bezeichnet worden (ev. ist in Klammer der Autor beigefügt).

Da bei der Alkoholhärtung die Nervensubstanz an ihrem natürlichen Umfang starke Einbuße erleidet, so wurde von einer Messung der einzelnen Kerne und Zellen abgesehen.

I. Kerne der Medulla oblongata.

Nuclei motorii supraspinales.

In der Gegend, in welcher die Schleifenkreuzung beginnt, liegen im Vorderhornrest zwei ziemlich gut gesonderte kleine motorische Zellgruppen: die eine liegt direkt in der Spitze des Vorderhorns, die andere ein wenig dorso-medial von ihr (n sp Fig. 1 u. 2). Während die erstere bald verschwindet, setzt sich die zweite nach oral zu fort (Fig. 3 u. 4). Hierbei rückt sie der Stelle der Substantia grisea ventricularis, an welcher bald der Hypoglossuskern auftritt, allmählich immer näher, wobei sie immer einzelne Zellen gleichsam als Vorläufer vorausschickt, um dann als kleine Gruppe nachzurücken. Auch da, wo das kaudale Ende des Hypoglossuskerns schon sichtbar ist (Fig. 4), ist sie noch ventral von ihm erkennbar, da sie hier größere Zellen besitzt. Dann geht sie in letzteren Kern über (Fig. 5). Nach kaudal zu hängt diese Gruppe mit dem Accessoriuskern zusammen (Fig. 2).

Literatur s. beim Nucleus N. accessorii.

Nucleus N. hypoglossi.

Der Kern des Nervus hypoglossus beginnt ungefähr im Niveau des unteren Endes der Hauptolive. Er liegt hier im ventro-lateralen Zipfel der Substantia grisea ventricularis (nh Fig. 3 u. 4). Er bildet zunächst eine kleine, etwas unbeständige Zellgruppe, welche ziemlich kleine Zellen enthält. Der Kern nimmt dann allmählich an Größe zu, gewinnt kreisförmige Gestalt und enthält nun auch größere Zellen. Am unteren Pol des IV. Ventrikels spaltet sich der Kern in eine größere, ventrale, und eine kleinere, dorsale, Abteilung (Fig. 6). Vielfach verschmelzen aber die beiden Abteilungen. Ebenso wechselt die Größe der Zellen ungemein oft; doch liegen die kleineren Zellen überwiegend im medialen Teile des Kernes. Ein wenig weiter

oral zu spaltet sich die ventrale Gruppe wiederum, so daß nunmehr eine Konfiguration von drei sektorartig gestellten Gruppen entsteht (Fig. 7). Diese drei Gruppen bleiben nun eine Strecke weit ziemlich konstant. Von der dorso-lateralen Gruppe kommen zuweilen einzelne Zellen dem Nucleus sympathicus N. vagi (n sy vg) außerordentlich nahe.

In der Gegend, in welcher die dorsale Nebenolive ausgebildet ist, wird der XII. Kern vorübergehend kleiner; besonders dessen ventrale Gruppe nimmt ab. An deren Stelle lagert sich der Nucleus sublingualis (n sy sl). Die beiden anderen Gruppen nehmen im Niveau, in welchem das Corpus restiforme schon gut ausgeprägt ist (Fig. 8), ziemlich starke Dimensionen an und sind oftmals nicht scharf voneinander getrennt. Die laterale Gruppe hat eine halbmondförmige, nach innen konkav gebogene Gestalt; sie reicht nicht so weit dorsal, aber weiter ventral. Sie wechselt in ihrer Gestalt recht oft, indem bald ihre ventrale, bald ihre dorsale Hälfte besser ausgeprägt ist (Fig. 9).

Im weiteren Verlauf nimmt der XII. Kern an Umfang wieder ab. zuerst wird die mediale Gruppe unbeständig und verkleinert sich; dann folgt auch die laterale. Schließlich sind nur noch vereinzelte Zellen im früheren Bereich des Kerns zu sehen (Fig. 10). Im ganzen Verlaufe vom kaudalen bis oralen Ende verschiebt sich der Kern von ventral nach dorsal; am oralen Pol liegt er dicht unter dem Ventrikelrande.

Literatur. Der erste, welcher eine ausführliche Beschreibung mit trefflichen Abbildungen des Hypoglossuskerns gab, war B. Stilling (Über die Textur und Funktion der Medulla oblongata. Erlangen 1843). Er konnte den Kern bis dicht vor dem Bereich des Pons erfolgen.

J. Henle (Handbuch der Nervenlehre. Braunschweig 1871) gibt seine Länge auf 18 mm an.

Nach G. Schwalbe (Lehrbuch der Neurologie. Erlangen 1881. S. 657) tritt der Kern in der Fortsetzung der basalen Teile der Vorderhörner des Rückenmarks auf.

Th. Meynert (Strickers Handbuch der Lehre von den Geweben. Leipzig 1870) erwähnt accessorische Zellen, welche ventral vom XII. Kern liegen sollen.

Duval (Recherches sur l'origine réelle des nerfs craniens. Robin et Pouchet, Journ. de l'anat. et de la physiol. Paris 1876. S. 313) beschreibt einen Noyau antéro-externe ou accessoire des Hypoglossuskerns. Dieser accessorische Kern soll durch graue Substanz mit dem vorderen Winkel des Stillingschen Hypoglossuskerns verbunden sein. Er läßt diese graue Masse sich zu einer Zellgruppe erstrecken, die eventuell dem sogenannten Nucleus ambiguus entspricht.

Koch (Arch. f. mikr. Anat. Bd. 31, S. 54) unterscheidet am XII. Kern drei Zellgruppen: eine mediale, eine ventrale und eine mehr dorsal und lateral gelegene. Der Kern wäre ventral nicht so gut abgeschlossen.

A. Koelliker (Handbuch der Gewebelehre des Menschen. Zweiter Band. Nervensystem des Menschen und der Tiere. Leipzig 1896. S. 209) hält auch einzelne zu beiden Seiten der Hypoglossuswurzeln liegende größere polygonale Zellen als Ursprungszellen solcher Wurzelfasern.

Mehrere Gruppen des Hypoglossuskerns erwähnen von Bechterew und Edinger in ihren bekannten Lehrbüchern.

Van Gehuchten (Anatomie du système nerveux 1906) erkennt auf Grund experimenteller Untersuchungen nur den Stillingschen Hauptkern als Ursprung der Hypoglossusfasern an.

Parhon (zit. bei Hudovernig) unterscheidet am XII. Kern ein unteres (spinales), ein mittleres und ein oberes (zerebrales) Drittel. Im unteren Drittel bestehen zwei, in den beiden anderen Dritteln je drei Gruppen, die am oralen Ende zu einer verschmelzen.

C. Hudovernig (Beiträge zur mikroskopischen Anatomie und zur Lokalisationslehre einiger Gehirnnervenkerne: Nervus hypoglossus, Vagus und Facialis. Journ. f. Psychol. und Neurol. Bd. IX, 1907) gibt die Länge des XII. Kernes auf 8—10 mm an. Er unterscheidet am Kern drei Säulen, die im allgemeinen stets in horizontaler Richtung gelagert sind und nur in der Höhe des Calamus scriptorius vorübergehend in eine vertikale gedrängt werden.

Über den Rollerschen sogenannten kleinzelligen Hypoglossuskern s. weiter unten.

Nucleus N. accessorii.

Der Kern des Nervus accessorius wird im obersten Halsmark von der lateralen motorischen Zellgruppe gebildet. Wie weit der Kern nach abwärts reicht, läßt sich an normalen Präparaten mit Sicherheit nicht bestimmen (s. Literatur). In C 1 bildet er in vielen Schnitten eine wohl charakterisierte Zellgruppe, in welche man Aufsplitterungen von Accessoriusbündeln einmünden sieht. Diese Zellgruppe (n acc Fig. 1) liegt etwas latero-dorsal von derjenigen, welche in C 1 die ventrale Spitze des Vorderhorns einnimmt. Beide Zellgruppen verschmelzen recht oft miteinander bzw. die eine oder die andere tritt in den einzelnen Schnitten besser hervor. Ungefähr in der Höhe des ersten Auftretens der medialen Nebenolive (Fig. 2) tritt zu diesen zwei genannten Gruppen noch eine dritte hinzu, die dorsal gelegen ist; diese drei Gruppen stehen in dauernder Beziehung zueinander; besonders aber ist es der Kern des N. accessorius, welcher allmählich in die medio-dorsale Gruppe übergeht. Die alsdann restierenden kleinen Zellgruppen, welche, wie erwähnt, nach und nach zum Hypoglossuskern aufrücken, sind als Nuclei supraspinales bezeichnet worden.

Literatur. Der erste, welcher den eigentlichen Accessoriuskern erkannte und beschrieben hat, ist wohl L. Clarke gewesen (Philos. transactions. London 1851).

Holl (Arch. f. Anat. und Physiol. 1878) unterschied zuerst scharf zwischen dem Ramus externus und Ramus internus. Ersteren brachte er in Beziehung zum Accessorius, letzteren zum Vagus.

Dees (Allg. Ztschr. f. Psych., Bd. 43 u. 44) bestimmte zuerst nach Experimenten an Kaninchen die richtige Lage des Accessoriuskerns. Er läßt sich von der Pyramidenkreuzung bis C 6 verfolgen. Der XI. Kern geht als Bestandteil der großen motorischen Zellsäule des Vorderhorns unmittelbar in den Hypoglossuskern über.

Roller (Allg. Ztschr. f. Psych. Bd. 37) hat zuerst den Accessoriuskern beim Menschen richtig bestimmt, indem er die Accessoriusfasern bis zu dem Kern verfolgte.

Grabower (Berl. klin. Wochenschr. 1895 Nr. 51) fand im obersten Halsmark drei Zellgruppen. Die beiden ventralen sind Kerne der vorderen Wurzeln; die hinter ihnen gelegen ist, stellt den XI. Kern dar. Der Kern ist bis zur Mitte der Pyramidenkreuzung zu verfolgen. An seinem Standort treten dann eine Anzahl regellos verbreiteter Zellkerne auf, welche sich, je weiter nach oben, desto mehr zu Zellgruppen vereinigen und sich noch vor beendigter Pyramidenkreuzung zum Hypoglossuskern formieren.

E. Bunzl-Federn (Monatsschr. f. Psych. u. Neurol. Bd. II, S. 427), welcher experimentell am Kaninchen die Lage des XI. Kerns bestimmte, meint, daß die weitaus größte Zahl der Accessoriuswurzeln ihren Ursprung in dem Accessoriuskern des Vorderhorns des Rückenmarks und seiner Fortsetzung in der Oblongata hat, die obersten Wurzeln aber aus den Vaguskernen stammen. Vgl. auch Marburg S. 12.

Van Gehuchten (Le Nevraxe, Vol. V) schließt sich auf Grund seiner experimentellen Untersuchungen am Kaninchen der Ansicht derjenigen Autoren an, welche den Accessorius als rein spinalen Nerven betrachten. Diese Ansicht wird jetzt von den meisten Autoren geteilt.

Nucleus motorius N. vagi.

Der motorische Vaguskern (Nucleus ambiguus der Autoren) beginnt am Übergange zwischen Medulla spinalis und oblongata. Er entsteht in C 1 in der Spitze des Seitenhorns bzw. im Processus reticularis (nm vg Fig. 1). Die Zellen liegen bald locker, bald zu einer Gruppe vereinigt. Im weiteren Verlauf zerebralwärts nimmt der Kern an Zahl der Zellen erheblich ab (Fig. 3); er liegt zwischen Hinterhornrest und Vorderhornspitze dorso-medial vom Seitenstrangkern. In dieser Lage bleibt er zunächst ziemlich konstant. Es finden sich von Zeit zu Zeit ganz leichte Anschwellungen des Kerns und andererseits auch ganz kurze Unterbrechungen. Kurz nach Eröffnung des Zentralkanals in den IV. Ventrikel wird der Kern wieder stärker (8 bis 10 Zellen); oft spaltet er sich in zwei kleine Gruppen, die schräg übereinander, dorsal über der medialen Abteilung des Seitenstrangkerns gelegen sind (Fig. 6). Die Zellen haben hier größere Gestalt als vorher. Allmählich rückt der Kern etwas dorso-medial zu und liegt ungefähr in der Mitte zwischen Nucleus radicis descendentis trigemini und dorsaler Nebenolive (Fig. 8). Der Kern erreicht nun seinen größten Umfang (20 Zellen und darüber), hat eine

längliche Form und steht mit seiner Längsachse ein wenig schräg; er befindet sich hier in der Mitte zwischen Nucleus gigantocellularis (Nucleus centralis von Roller) und dem Kern der absteigenden Quintuswurzel (Fig. 9). Im vorderen Teile der Medulla oblongata, kurz vor Auftreten des ventralen Cochleariskerns, nimmt der Vaguskern schnell an Umfang ab; er ist wieder etwas weiter nach dorsal gerückt und hat sich dem in die Tiefe des Schnittes getretenen Nucleus sympathicus vagi (n sy vg) genähert (Fig. 11). In dieser Gegend erscheint ventral vom Nucleus motorius vagi der Nucleus retrofacialis (s. weiter unten). Im Niveau der größeren Entfaltung des Nucleus gigantocellularis ist der motorische Vaguskern sehr klein geworden (4—5 kleine motorische Zellen) und ist dem sympathischen auf eine ganz kleine Distanz nahegerückt (Fig. 12). Unmittelbar darauf, kurz vor Auftreten des Facialiskerns, schwindet er. Der Kern besteht zum überwiegenden Teil aus etwas kleinen motorischen Zellen, die oft im Querschnitt bipolar zugespitzt sind. Er bildet eine Zellsäule, die sich vom ersten Cervicalsegment bis zum vorderen Ende der Medulla oblongata erstreckt.

Literatur. Von den älteren Autoren wurde der kaudale Abschnitt des Kernes als Ursprungsstätte des Accessorius, der zerebrale als Zentrum des Trigeminus betrachtet (Clarke). Der gebräuchlichste Name des Kerns ist Nucleus ambiguus (W. Krause, Handbuch der menschlichen Anatomie. Hannover 1876). Der Kern sollte sowohl zum Hypoglossus als auch zum Vagus in Beziehung stehen. Roller (Arch. f. mikr. Anat. Bd. XIX) nannte ihn Nucleus lateralis medius. Von neueren Autoren wird er vielfach als Vagus-Glossopharyngeuskern bzw. großzelliger Vago-Glossopharyngeuskern bezeichnet; Edinger nennt ihn direkt Laryngeuskern.

Nach H. Holm (Virchows Arch. Bd. 131) lassen sich am Nucleus ambiguus eine innere größere, medio-dorsale und eine kleinere, ventro-laterale Gruppe unterscheiden. Die Fortsetzung des Kerns bildet im Rückenmark die Seitenpartie des Vorderhorns.

Bunzl-Federn (Monatsschr. f. Psych. und Neurol. Bd. V) unterscheidet am Nucleus ambiguus (vom Kaninchen) eine untere, lose, und eine obere, dichte, Formation. Die Zellen der letzteren sind kleiner als die der ersteren. Er läßt den Kern auch im lateralen Vorderhornrest entstehen; zerebralwärts endet er mit Beginn des Facialiskerns. Der Kern zeigt in seinem Längslaufe vielfache Unterbrechungen.

K. Kosaka und K. Yagita (Neurologia. Tokio 1905) fanden die von Bunzl-Federn festgestellte lockere und dichte Formation nicht nur beim Kaninchen, sondern auch bei Hund, Katze, Affe und Mensch. Beim Affen und noch mehr beim Menschen liegt die Formation dorsaler, mitten in der Formatio reticularis.

K. Hudovernig (a. a. O.) teilt die Zellsäule in einen spinalen und einen zerebralen Abschnitt; im größten Teil seiner Längsausdehnung soll der Kern aus drei Zellgruppen bestehen.

Nach Marinesco und Parhon (Journ. de Neurol. 1907, Nr. 4) bildet der Nucleus ambiguus die unmittelbare Fortsetzung des Facialiskerns; sowohl sein zerebraler wie spinaler Abschnitt besteht aus zwei Zellsäulen.

Daß der Nucleus ambiguus unmittelbar in den Facialiskern übergeht, behaupten die meisten Autoren, wie Roller, Grabower, van Gehuchten, Obersteiner u. a.

K. Kosaka (Neurol. Zentralbl. 1909) teilt den Nucleus ambiguus des Kaninchens in seinem Längsverlaufe in drei Abschnitte. Die gleiche Teilung vermutet er auch beim Menschen.

Nucleus sympathicus N. vagi.

Der sympathische Vaguskern wird erkennbar an der Grenze zwischen Medulla spinalis und oblongata, dort, wo die Substantia grisea ventricularis durch die kaudalsten Bogen der Schleifenformation eingeschlossen wird (n sy vg Fig. 2). Es ist möglich, daß einzelne gleichwertige Elemente auch noch weiter spinalwärts lagern. Auf Schnitten in dem vorhin genannten Niveau bildet er eine ganz kleine, zunächst noch etwas inkonstante Gruppe von etwa 4—6 Zellen von charakteristischer Form, die seitlich vom Zentralkanal liegen. Die Zellen sind hier zunächst recht klein, von rundlicher oder spindelförmiger Gestalt. Deutlicher wird der Kern in der Gegend, in welcher auch der XII. Kern auftritt (Fig. 3 u. 4). Er ist hier oft mit kleinen Pigmentzellen vermischt. Der Kern ist von schmaler, länglicher Gestalt, er liegt am Außenrande der grauen Bodensubstanz im Niveau des Zentralkanals bzw. etwas dorsal davon; beide Kerne, der rechten und der linken Seite, konvergieren nach dem Septum medianum posterius zu (Fig. 5 u. 6). Der Kern vermehrt sich bald und besteht dann aus etwa 30—40 Zellen, die vielfach keulenartige Gestalt zeigen. Von Zeit zu Zeit schwillt der Kern an und wieder ab, bzw. splittern sich nach dorsal und ventral einzelne Zellen ab. In der Gegend der Eröffnung des IV. Ventrikels nähert sich dem Kern die dorso-laterale Gruppe des Nucleus hypoglossus sehr stark. Mit der weiteren Eröffnung des Ventrikels wird der Kern immer mehr in dorso-lateraler Richtung verschoben. Die Zellen nehmen hier an Größe zu und zeigen vielfach spitze und zackige Gestalt. Die Zahl der Zellen steigt bis zu 50 und mehr auf den einzelnen Schnitten. Oft kommt es vor, daß größere Zellen im dorsalen, kleinere Zellen im ventralen Teil des Kerns liegen; doch kann das auch wechseln (Fig. 7—9). Er ist bis hierher immer von Pigmentzellen begleitet. Im weiteren Verlauf zerebral, wird der Kern kleiner. Es splittern namentlich nach medial Zellen ab; letztere bilden eine kleine Gruppe im Areal des Nucleus intercalatus (Staderini) (Fig. 9 u. 10). Ebenso splittern sich auch Zellen nach ventral ab und können eine kurze Strecke weit eine kleine Gruppe bilden. Im Niveau des oralen Poles des XII. Kerns fängt der verkleinerte Vaguskern vom

Ventrikelboden ab in das Innere des Schnittes zu rücken (Fig. 10); er bleibt dabei aber immer in der gleichen dorso-medialen Lage zum Fasciculus solitarius. Die Verkleinerung und das Insinnererücken geht nun ständig weiter (Fig. 11). Zu bemerken ist, daß in dieser Gegend auch latero-dorsal vom Fasciculus solitarius kleine Zellhaufen auftreten, von denen man nicht mit voller Sicherheit sagen kann, ob sie zum Vagusgebiet gehören. Am vorderen Ende der Medulla oblongata liegen beide Vaguskerne, der motorische und der sympathische, dicht übereinander (Fig. 11 u. 12). Sie verschwinden dann gleichzeitig ungefähr im Niveau des oberen Poles der Olive.

Literatur. Der eben beschriebene Kern ist wohl zuerst von Stilling (a. a. O.) gesehen worden und als Ursprungsort des Accessorius gedeutet worden.

Henle (a. a. O.) sah die Zellen des Vaguskerns häufig von braunem Pigment erfüllt.

Auch Schwalbe (a. a. O.) erwähnt diese pigmentierten Zellen; er teilt die seitlich vom XII. Kern liegende graue Substanz in eine mediale und eine laterale Abteilung; die mediale wäre der eigentliche Kern des Vagus. Das vordere Ende dieses sensiblen Kernes stelle den Kern des Glossopharyngeus dar. Eine genaue Beschreibung des Kernes und seiner Zellen geben Holm, Roller und Koelliker (a. a. O.).

O. Dees (a. a. O.) unterscheidet im dorsalen Vaguskern zwei Zellgruppen, eine kleinzellige dorso-laterale und eine größere, aus spindelförmigen Zellen bestehende ventro-mediale. Dees folgert aus seinen Experimenten, daß der dorsale Vaguskern motorischer Natur sei und daß dessen Fasern vasomotorische Funktion ausübten. Er konnte den Kern nicht ganz bis zum Niveau des VII. Kernes verfolgen.

Ossipow (zit. bei Hudovernig) fand nach Vagusdurchschneidung auch Atrophie im Nucleus intercalatus.

A. Bruce (Brain 1898) kommt auf Grund eines pathologischen Falles zu der Überzeugung, daß der dorsale Vaguskern und der Nucleus ambiguus zentrifugal leiten.

O. Kohnstamm (Arch. f. Psych. Bd. 34) ist der Ansicht, daß der dorsale Vaguskern bloß vegetative Funktionen erfüllt; er schlägt deshalb vor, den Kern als Nucleus sympathicus der Oblongata zu bezeichnen.

Obersteiner (Anleitung beim Studium des Baues der nervösen Centralorgane usw. Leipzig und Wien 1901) unterscheidet an dem Kern im distalen Gebiet eine dorsale und eine ventrale Gruppe, im proximalen Gebiet eine dorsale und zwei ventrale Gruppen. Ob eine seitlich neben dem dreieckigen Akustikuskern gelegene Gruppe dem dorsalen Vaguskern noch zuzurechnen sei, läßt O. unentschieden. In den mehr spinalwärts gelegenen Abschnitten des Kernes finden sich an der Peripherie dunkel pigmentierte, rundliche Zellen.

Was O. Marburg (Mikroskopisch-topographischer Atlas des menschlichen Zentralnervensystems. Wien 1904) als Nucleus dorsalis XI bezeichnet, ist nichts anderes als der sympathische Vaguskern; M. läßt ihn auch ein wenig proximal in den dorsalen Vaguskern übergehen. Was der Autor in Fig. 20 als dorsalen XI. Kern bezeichnet, gehört zum sensiblen X., IX. Kern.

Edinger (a. a. O.) hält den dorsalen Vaguskern für einen gemischten (sensibelmotorischen).

G. Marinesco und C. Parhon (a. a. O.) teilen den Kern in drei Kolonnen ein, in eine untere, eine obere innere und eine obere äußere; sie halten den Kern für einen motorisch-sympathischen. Derselben Ansicht sind Onuf und Collins (The Journ. of nerv. and ment. disease 1898), ferner auch Kosaka und Yagita (a. a. O.), während van Gehuchten und seine Schüler dafür eintreten, daß dieser Kern auch die quergestreifte Muskulatur des Kehlkopfs innerviert. Schon Forel (Gesammelte Abhandlungen S. 221) hatte auf Grund von Untersuchungen Maysers diesen Kern für den motorischen Vaguskern angesprochen.

Bei Koch, bei Onuf und Collins, bei van Gehuchten u. a. finden sich schöne Abbildungen des Kernes; von einer Gruppenbildung ist an diesen Abbildungen aber nichts zu sehen.

Eine sehr ausführliche Schilderung des Kernes bringt schließlich Hudovernig (a. a. O.); er soll nach diesem Autor etwa 18 mm lang sein und soll fast in seiner gesamten Ausdehnung aus einer dorsalen und einer ventralen Gruppe bestehen. Unter der Ala cinerea soll sich die ventrale Gruppe vorübergehend in eine mediale und eine laterale Untergruppe teilen. Als eine Untergruppe der ventralen Gruppe erscheint ihm der Solitärbündelkern. Dementsprechend hält er den dorsalen Vaguskern für ein gemischtes Zentrum.

Nucleus pigmentosus N. vagi s. Medullae oblongatae.

Im Niveau der Pyramidenkreuzung sieht man im seitlichen Teil des Processus reticularis in der Zone zwischen Vorderhornrest und Nucleus motorius N. vagi vereinzelte kleine spindelförmige, mit braunschwarzem Pigment vollkommen bedeckte Zellen (n pi vg Fig. 1 u. 2). Einzelne von ihnen sprühen ziemlich weit in den Seitenstrang aus. Vom Seitenstrang kann man sie im weiteren Verlauf in radiärer Richtung bis zur zentralen grauen Substanz verfolgen (Fig. 3). Hier liegen sie teils um den Nucleus sympathicus N. vagi herum, teils dringen sie in ihn hinein (Fig. 4). Von der Gegend an, wo das Solitärbündel deutlich hervortritt, liegen sie zwischen diesem und dem sympathischen Vaguskern; einzelne Pigmentzellen umkreisen auch das Solitärbündel und verlieren sich im Bereiche der Ala cinerea (Fig. 6 u. 7). Weiter zerebral nehmen die Pigmentzellen an Zahl bedeutend ab, und in der Höhe, in welcher sich der sympathische Vaguskern zu verkleinern anfängt, sind sie nicht mehr zu erkennen. Über die Struktur dieser Pigmentzellen läßt sich nichts aussagen, da das Pigment wie Lack die Zellen übergossen hat. Ihrer Größe und Form nach entsprechen sie den sensiblen Zellen.

Literatur s. bei Besprechung des sympathischen Vaguskerns.

Nucleus sensibilis N. vagi et N. glossopharyngei bzw. Griseum alae cinereae et Fasciculi solitarii.

Als Kerne der sensiblen Vagus- und Glossopharyngeusfasern in der Medulla oblongata gelten nach dem gegenwärtigen Stande der Forschung zwei Formationen: a) die graue Substanz der Ala cinerea und b) die graue

Substanz, welche den Fasciculus solitarius umgibt[1]. Beide Substanzen haben ihren gemeinsamen Ursprung im dorsalen Teil der grauen Substanz des Rückenmarks (n s vg Fig. 5). Deutlich unterscheiden lassen sich die beiden Areale erst in der Gegend, in welcher der Zentralkanal in den IV. Ventrikel übergeht (Fig. 6). Vor Eröffnung des Zentralkanals bilden sie zusammen das zugespitzte Dach, welches nach dem Septum posterius konvergiert (Fig. 5). Sie haben beide die gleichen Zellen, nur sind die Zellen im Areal der Ala cinerea recht spärlich. Die Elemente der beiden Substanzen sind der Mehrzahl nach recht klein und erscheinen bei schwacher Vergrößerung fast fortsatzlos; vereinzelte Zellen dringen auch in den Fasciculus solitarius hinein; daß diesen Elementen auch einzelne Pigmentzellen beigesellt sind, wurde schon erwähnt (Fig. 7 u. 8). Das Griseum fasciculi solitarii wechselt in seinem Zellgehalt fast beständig. Lateral grenzen die Nuclei funiculi posterioris dicht an das Gebiet und scheinen auch Beziehungen zu ihm zu haben. Oral spitzt sich der Kern des Solitärbündels spindelförmig zu und stößt mit der ventralen Spitze fast unmittelbar an den Kern der absteigenden V. Wurzel (Fig. 9—11). Dort, wo zerebral der Fasciculus solitarius endet, schwindet auch dessen Kern. In die Region der Ala cinerea hat sich schon vorher die dorsale Vestibularisformation eingelagert.

Literatur. Die eben beschriebene Kernformation ist zum erstenmal ausführlich von Roller beschrieben worden (Arch. f. mikr. Anat. Bd. 19). In der Beschreibung dieser Formation stimmen die Autoren einigermaßen überein. Auch herrscht über die sensible Natur derselben und ihre Zugehörigkeit zum Vagus, Glossopharyngeus (und ev. Intermedius) nahezu Einstimmigkeit. Ziehen (Makroskop. und mikrosk. Anat. des Gehirns. Jena 1903) nennt sie Nucleus tractus solitarii. Cajal (Beitrag zum Studium der Medulla oblongata usw. Leipzig 1896) führt an, daß die grauen Massen der Kerne des Fasciculus solitarius bei Maus, Kaninchen sich der Raphe nähern und sich dorsal vom Zentralkanal in einem Zentral- oder Mittelganglion, Kommissurenganglion, vereinigen.

Nucleus paramedianus dorsalis.

Dieser Kern tritt ungefähr in gleicher Höhe mit dem kaudalen Ende des Hypoglossuskerns auf. Er bildet sich hier aus einzelnen zerstreuten Zellen der Substantia grisea ventricularis und stellt eine ganz kleine strich-

[1] Ich habe mich erst kürzlich wieder von der Richtigkeit dieser Annahme durch die Resultate experimenteller Untersuchungen überzeugen können, die einer meiner Schüler, Hr. Dr. Powers, nach Durchschneidung der sensiblen Vaguswurzeln beim Kaninchen erhielt. Die degenerierten sensiblen Fasern gingen zum überwiegenden Teil in das Areal des Fasciculus solitarius hinein, und nur wenige Fasern splitterten sich im Griseum alae cinereae auf.

förmige Zellgruppe dar, die der Kuppe der Formatio reticularis alba gleichsam aufsitzt (n pm d Fig. 5 u. 6). Die Zellen des Kerns gehören zu den kleinsten des ganzen Zentralnervensystems. Der Kern zeigt vielfach An- und Abschwellungen ev. auch ganz kurze Unterbrechungen. Allmählich rückt der Kern an der Medianlinie entlang zum Ventrikelrande auf (Fig. 7 u. 8), wo er bald als kleine, bald als etwas größere Gruppe zu beiden Seiten des Sulcus longitudinalis ventriculi quarti lagert (Fig. 9—12). In der distalen Brückengegend ist der Kern sehr winzig (Fig. 13 u. 14). Kleine Zellabsprengungen lagern hier aber oft am Ventrikelrande nach seitwärts zu, die sich im Niveau der Trigeminuskerne bis zu den dorsalsten Gruppen des sensiblen Hauptkerns des Trigeminus hin erstrecken (Fig. 15). Ob beide Formationen wirklich in Verbindung stehen, lasse ich dahingestellt. Über die Trigeminuskerngegend hinaus läßt sich der Nucleus paramedianus dorsalis nicht verfolgen.

Literatur. Die von mir als Nucleus paramedianus dorsalis bezeichnete Kerngruppe findet in der Literatur vielfache Erwähnung; indessen haben die Autoren entweder nur einzelne Teile dieser schmalen Zellsäule gesehen (Koelliker), oder aber sie beschreiben den Nucleus paramedianus, Nucleus intercalatus und Nucleus funiculi teretis als eine Zellgruppe (Schwalbe, Obersteiner u. a.). Marburg nennt den Kern nucleus eminentiae teretis. Siehe auch die Angaben von Muchin, Onuf und von Collins in den Literaturangaben über den Nucleus intercalatus (Staderini).

Nucleus intercalatus (Staderini).

Ähnlich geformte und auch so kleine Zellen, wie sie der Nucleus paramedianus hat, sieht man vielfach in der Zwischenzone zwischen dem Hypoglossuskern und dem Nucleus sympathicus N. vagi (Fig. 5 u. 6). Sie bilden sich weiter zerebral besser aus und stellen dann den Nucleus intercalatus dar (ni Fig. 7 u. 8). In der Gegend der besten Breitenausbildung des XII. Kernes enthält er auch Absprenkelungen des sympathischen Vaguskerns (Fig. 9). Im weiteren Verlauf zerebralwärts dringen in sein Bereich auch noch kleine Abteilungen des Nucleus sublingualis (Rollers kleinzelligen Hypoglossuskerns), Fig. 10. Am vordersten Ende des XII. Kernes verbreitert er sich und geht in den Nucleus funiculi teretis über.

Literatur. Die Arbeit von Staderini (Monitore zoologico italiano V) ist mir leider nicht zugänglich gewesen. Im Anat. Anzeiger Bd. 29 gibt der Autor eine Abbildung des Kerns.

Muchin (Deutsche Ztschr. f. Nervenhk. 1897) will den Kern vor Staderini gesehen und als Nucleus dorsalis bezeichnet haben. Dieser Nucleus dorsalis beginnt nach Muchin am Übergang des Rückenmarks in die Medulla oblongata als kleine Zellgruppe, welche

zwischen den Fasern des dorsalen Längsbündels gelagert ist. Diese Säule verbreitert sich allmählich in proximaler Richtung und verlegt sich an die äußere Seite des Hypoglossuskerns. Noch höher hinauf nimmt der dorsale Kern seinen Platz im medialen Teil des zentralen Höhlengraues ein; er liegt hier dem inneren Akustikuskerne nahe, geht aber nicht, wie Staderini beschreibt, in denselben über. Der dorsale Kern nimmt nach oben an Umfang ab und erstreckt sich bis zum Abducenskern.

Onuf und Collins (a. a. O.) bezeichnen den Kern als Nucleus of the medullary layer of the Hypoglossus. Auch sie fassen Nucleus paramedianus und intercalatus wohl als eine Gruppe zusammen, die in den Nucleus funiculi teretis übergeht. Die gleiche Ansicht des Sicheinschiebens des Nucleus funiculi teretis zwischen XII. Kern und dorsalen Vaguskern äußert Dees (a. a. O.). Eine gute Abbildung des Kerns vom Kaninchen gibt auch van Gehuchten. Marburg hält einen Zusammenhang des Nucleus intercalatus mit dem dreieckigen Vestibulariskern für erwiesen.

Von einer näheren Beschreibung des

Promontorium gliosum calami scriptorii

sehe ich ab, da es sich meiner Ansicht nach beim Menschen um keinen Nervenzellenkern, sondern um eine starke Anhäufung von Gliazellen handelt (p g Fig. 6). Indessen will ich erwähnen, daß Onuf und Collins (a. a. O.) diese Zellansammlung als Nucleus marginalis fossae rhomboideae (Randkern der Rautengrube) bezeichnen und sie für einen Nervenzellenkern halten. Der gleichen Ansicht scheint J. T. Wilson (Journ. of Anat. and Physiology vol. XL) zu sein, der ihn als Nucleus postremus calami scriptorii bezeichnet.

Nuclei funiculi posterioris.

Eine eingehende Beschreibung der Hinterstrangskerne erübrigt sich, da sie bekannt genug sind. Die Figuren 1 bis 10 geben sie auch anschaulich wieder. Ich teile sie ein in den 1. Nucleus funiculi gracilis, 2. Nucleus (parvocellularis) funiculi cuneati, 3. Nucleus magnocellularis funiculi posterioris. Der erstgenannte Kern beginnt etwas weiter kaudal als der kleinzellige Kern des Keilstrangs, hört aber zerebralwärts viel früher auf als dieser. Beide haben kleine rundliche Zellen, die in kleinen Gruppen gelagert sind; die Zellen im spinalen Teil des Keilstrangs sind der Mehrzahl nach etwas größer als diejenigen im zarten Strang; weiter zerebralwärts haben sie die gleichen Zellen und verschmelzen miteinander. Der Kern des Keilstrangs kommt auch oft dem Kern der absteigenden V. Wurzel so nahe, daß dann schwer eine Grenze zwischen ihnen zu ziehen ist.

Der großzellige Kern des Keilstrangs hat seinen Ursprung im kleinzelligen, aus welchem er sich im seitlichen Teil des Keilstrangs emporrichtet. Er überwölbt den Nucleus parvocellularis wie ein Dach und stützt sich auf ihn mit mehreren Pfeilern. In seiner größten Ausbildung dehnt er sich von der Grenze des zarten Stranges bis zum Gebiet der V. Wurzel aus (n m p Fig. 6). Weiter zerebral bildet der Kern eine große, mehr gleichmäßig dreieckige Zone und ergießt sich mehr ins Innere des Schnittes über die Reste des kleinzelligen Keilstrangkerns (Fig. 7). Die Zellen sind hier nicht mehr ganz so groß wie im kaudalen Gebiet. Im Niveau des Nucleus marginalis corporis restiformis (n mg cr) schickt der Kern einen schmalen Ausläufer nach letzterem hin (Fig. 8 u. 10). Dieser schmale Ausläufer zieht sich an der dorsalen Kuppe des Corpus restiforme bis an den äußeren Rand desselben und schiebt sich dann sowohl dorsal als besonders ventral noch eine Strecke entlang. Die Zellen mischen sich hier mit den Zellen des schon erwähnten Nucleus marginalis. Einzelne Zellen des großzelligen Hinterstrangkerns sprühen auch direkt in das Areal des Corpus restiforme hinein und lagern in ihm als kleine Insel (Fig. 9). (Diese Zellgruppe ist von Bechterew als ein besonderer Kern des Corpus restiforme beschrieben worden.) In der Gegend des oralen Endes des Hypoglossuskerns wird der Nucleus magnocellularis funiculi posterioris erheblich kleiner und sitzt als kleines Dreieck der Kuppe des Corpus restiforme auf (Fig. 10); einzelne Zellen lagern auch noch im Areal der absteigenden Vestibulariswurzel. In diesem Areal treten nun aber auch schon die kaudalsten motorischen Zellen des Nucleus motorius vestibularis auf und außerdem kleinere, anders geformte Elemente dieser Wurzel. Das orale Ende des Kernes liegt ungefähr im Niveau, in welchem der ventrale Cochleariskern beginnt.

Literatur. Eine eingehende Berücksichtigung der Literatur über die Hinterstrangskerne erübrigt sich gleichfalls, da die Ansichten über die Form und Lage derselben kaum differieren. Nur über den Nucleus magnocellularis funiculi posterioris können noch ein paar Angaben gemacht werden.

Stilling (a. a. O.) gibt schon eine gute Abbildung des Kernes. Die erste Beschreibung rührt wohl von Clarke her, dem die Größe der Zellen auffiel. Aber erst Blumenau (Neurol. Zentralbl. 1891) macht genauere Angaben über den Kern; er nennt ihn den »äußeren Kern des Keilstrangs«. Von Monakow (Arch. f. Psych. 1891) erhielt nach Verletzung des Strickkörpers eine Atrophie der lateralen Abteilung des Burdachschen Kerns. Menzel (Arch. f. Psych. 1891) fand in einem Falle von hereditärer Ataxie, in welchem hochgradige Verkleinerung des Cerebellum vorlag, eine Atrophie der Hinterstrangkerne, besonders eine recht bedeutende der äußeren Abteilung desselben.

Vgl. auch die Kapitel über die sensiblen Trigeminuskerne.

Nuclei funiculi lateralis.

Die Überschrift besagt, daß es sich nicht um einen, sondern um eine Anzahl von Kernen handelt.

Von allen diesen ist derjenige, welcher im unteren Abschnitt der Medulla oblongata liegt, der einheitlichste, klarste und auch größte. Die Zellen dieses Kerns sind mittelgroß, von schlanker, pfeilartiger Gestalt; sie liegen ziemlich locker, trotzdem zeigt der Kern als Ganzes eine ziemlich scharfe Abgrenzung. Er beginnt im Niveau der kaudalsten sich kreuzenden Schleifenfasern und bildet im Seitenstrang eine unregelmäßig viereckige Gestalt (n f l Fig. 3). Bald nach seiner Ausbildung spaltet sich von ihm eine kleine Abteilung nach ventral ab und lagert sich zwischen Pyramide und Nebenolive; ebenso spaltet sich eine kleine Abteilung nach dorsal ab und lagert unterhalb der seitlichen Partie des Kerns der absteigenden V. Wurzel. Die ventrale Abteilung hält sich noch eine Strecke unter der Olive, um dann zu verschwinden; die dorsale wechselt stark in ihrer Größe und tritt vielfach in Wechselbeziehungen zum Hauptteil des Kernes. Diese Hauptabteilung plattet sich ab und zieht sich dicht über der Olive ins Innere des Schnittes hinein (Fig. 4). Der Kern ist jetzt von dreieckiger Gestalt und zeigt entweder eine größere laterale und eine schmälere mediale Abteilung, oder aber die größere laterale Abteilung ist auch wieder in zwei Teile gespalten. Gleichsam durch wechselseitiges Hin- und Herschieben der Zellen, durch etwas lockere oder dichtere Lagerung der Zellen kann die Konfiguration recht wechselnd sich gestalten (Fig. 5—7). Im oralen Teil der Medulla oblongata sind dann von der eben beschriebenen Zellformation nur noch Reste zu erkennen. Dafür überfluten hier einmal Gruppen von Retikulariszellen das Gebiet des Seitenstrangs; es treten ferner kleine Zellgruppen in der Nachbarschaft des Nucleus motorius N. vagi auf, die wegen der ganz dichten Lagerung der Zellen und der Form den Eindruck von sympathischen erwecken; doch läßt sich darüber noch kein sicheres Urteil abgeben; ich nenne diese Gruppen Nuclei perivagales funiculi lateralis (n p vg l Fig. 7).

Bemerkenswert ist schließlich ein großer strahlenförmiger Kern des Seitenstrangs hier in der oralen Gegend der Medulla oblongata, der ventral von der absteigenden V. Wurzel lagert, der etwas anders geformte, dicht lagernde und stärker gefärbte Zellen als der ursprüngliche Seitenstrang-

kern enthält (Fig. 8 u. 9). Während die andere Partie des Seitenstrangs sich allmählich zum diffusen Bilde der Formatio reticularis ausgestaltet, bleibt die Gruppe ventral von der V. Wurzel, wenn auch verkleinert, noch eine Strecke bestehen. Man kann diese Gruppe als Nucleus infratrigeminalis funiculi lateralis bezeichnen (n i tri l Fig. 8).

Literatur. Der Name Seitenstrangkern stammt von Deiters. Clarke nennt ihn Nucleus lateralis anterior. Koelliker (a. a. O.) gibt eine sehr eingehende Beschreibung der Kerne des Seitenstrangs. Die Zellansammlungen des Seitenstrangs beginnen nach diesem Autor bereits in der Gegend der Pyramidenkreuzung. Er unterscheidet an dem eigentlichen Nucleus lateralis einen lateralen und einen medialen Teil. Weiter nach oral zu wird der Kern sehr diffus. Koelliker hält die ventral von der V. Wurzel gelegene große Zellgruppe für ein Ursprungsgebiet des Accessorius. Diese Zellgruppe bezeichnet Obersteiner (a. a. O.) als Nucleus lateralis (externus) dorsalis, während die ventraler gelegenen Gruppen von ihm als Nucleus lateralis ventralis s. inferior benannt werden.

Eine gute Beschreibung der Seitenstrangkerne (mit einer Abbildung nach einem Nisslpräparat) gibt auch K. Yagita (Okayama-Igakkwai Jasski Nr. 201, 1906). Beim Hund und Kaninchen ist er in 5 bis 6 gut begrenzte Abteilungen gespalten; beim Menschen sind nur zwei Abteilungen erkennbar, eine mediale und eine laterale, die in der Regel durch die eingeschaltete lose Formation des Nucleus ambiguus voneinander getrennt sind. Auch Yagita bildet die Gruppe dichtgedrängter Nervenzellen unterhalb der Trigeminuswurzel ab.

Nucleus olivaris inferior et Nuclei parolivares.

Von einer eingehenden Beschreibung der Olivenkerne wird hier abgesehen. Die Figuren 2 bis 13 geben das Bild dieser charakteristischen Zellformationen auf den Querschnitten durch das verlängerte Mark vom kaudalen bis oralen Pol getreu wieder. Nur einige Bemerkungen über die ventromediale Nebenolive seien hier hinzugefügt.

Der Nucleus parolivaris medio-ventralis erscheint zuerst im Niveau der Pyramidenkreuzungsgegend als ein schmaler Zellsaum, der sich dem ventralen Rande des Vorderhornrests anlegt (n p ol m Fig. 2). Daß ein kleiner Zug von Zellen des Seitenstrangkerns um den äußeren Pol des ventralen Schenkels dieser Nebenolive herumbiegt und sich ventral von ihm hinlagert, ist schon vorher erwähnt worden. Weiter oral schwindet der mediale Schenkel der Nebenolive fast vollständig und es bleibt der ventrale übrig, der sich aber langsam nach medio-dorsal verschiebt und gleichsam die Fortsetzung des ventralen Schenkels der Hauptolive bildet (Fig. 5 u. 6). Weiter oral ist dann die mediale Nebenolive in mehrere kleine Inseln gespalten; doch muß man sich hüten, kleine Kernformationen der Formatio reticularis alba mit der Nebenolive zu verwechseln. Das orale Ende der Nebenolive läßt

sich nicht ganz sicher bestimmen, da in der vorderen Oblongatagegend sich vom ventralen Blatt der Hauptolive kleine Partien abspalten und sich vor den Hilus derselben legen.

Literatur. Auf ein Eingehen der Literatur über die Olivenkerne kann wohl verzichtet werden. Die ältere Literatur ist bei Ziehen (a. a. O.) angegeben. Eine Verwechslung mit anderen Kernen ist auf dem Zellpräparat kaum möglich wegen der charakteristischen, gleichmäßig verteilten Zellen, die sich sonst nirgend anderswo finden. Es sei hier nur auf die gediegene Arbeit von Williams (Arb. a. d. Wiener Neurol. Inst. Bd. XVII) hingewiesen, die eine interessante Übersicht über den Bau der Olive bei Mensch, Säugetieren und Vögeln enthält.

Nuclei arciformes.

Es ist eigentlich nur eine, allerdings etwas zerstückelte Kernformation, die sich am äußeren Rande des Pyramidenfeldes herumzieht, und die im unteren Teil der Medulla oblongata mehr in der lateralen, im oberen Teil dagegen besser in der medialen Randzone des Pyramidenfeldes ausgebildet ist (n arc Fig. 3—13). Die Kernformation kann sich mit kleinen bzw. größeren Absprenkelungen, ausnahmsweise auch kontinuierlich am äußeren Rande der Medulla oblongata bis zum Niveau der absteigenden V. Wurzel hinaufziehen. Die mediale Abteilung im vorderen Gebiete des verlängerten Marks kann recht starke Dimensionen annehmen. Sie kommt hier den Brückenkernen sehr nahe; einen direkten Übergang in letztere habe ich nicht sicher wahrnehmen können, doch will ich einen solchen Übergang nicht bestreiten. Nach kaudal reicht der Kern bis zu der Gegend, wo der Seitenstrangkern schon eine gute Ausbildung zeigt. Die Zellen des Kernes sind klein und von polymorpher Gestalt.

Literatur. Der Name Nuclei arciformes rührt von Henle (a. a. O.) her. Aus den Untersuchungen der Autoren geht hervor, daß der Kern nur beim Menschen vorkommt, daß er wechselnd in seiner Größe ist und daß er zuweilen direkt in den Ponskern übergehen kann, daß er ev. auch dieselbe Funktion wie letzterer erfüllt. Siehe die Arbeiten von Mingazzini (Atti della R. Accad. med. di Roma Anno XV, Vol. IV, Ser. II), Volpi-Ghirardini (Neurol. Zentralbl. 1905), H. Zingerle (ebenda 1908). Ziehen (a. a. O.) bezeichnet den medialen Teil desselben im vorderen Abschnitt der Medulla oblongata geradezu als Nucleus pontis.

Nuclei formationis reticularis griseae.

Die Zellen der Formatio reticularis bilden der Mehrzahl nach keine scharf umgrenzten Kerne, sondern sie liegen zerstreut, ähnlich wie die Mittelzellen in der grauen Substanz des Rückenmarks. Die Zellen sind

in ihrer Größe und Gestalt sehr verschieden. Je weiter man sie auf dem Querschnitt von medio-ventral nach latero-dorsal verfolgt, um so kleiner und einförmiger werden sie, und umgekehrt. Sie bilden insgesamt eine ganz ungeheure Ansammlung von Zellen. Ihre Entstehung aus dem Processus reticularis des Seitenhorns und aus dem Confluens cornuum des Rückenmarks und ihre Ausdehnung in den einzelnen Abschnitten der Medulla oblongata geben die Figuren 1 bis 16 (n fr) wieder.

Von besonders sich heraushebenden Zellformationen der Formatio reticularis grisea kann man folgende unterscheiden:

1. Nuclei interfasciculares hypoglossi,
2. Nucleus (sympathicus?) sublingualis,
3. Nucleus gigantocellularis,
4. Nucleus motorius dissipatus.

Nuclei interfasciculares hypoglossi.

In der Gegend, welche ungefähr dem kaudalen Beginn der dorsalen Nebenolive entspricht, wird die Formatio reticularis besonders mächtig; sie breitet sich auch seitwärts in das Gebiet des Seitenstrangs aus. Es finden sich jetzt in ihr recht zahlreiche, etwas größere Elemente, die dunkel gefärbt sind und dreieckige bzw. polygonale Gestalt haben. Diese letzteren Elemente kommen sowohl zerstreut in der Formatio vor, als auch in kleinen Haufen zusammengedrängt. Diese Haufen finden sich vornehmlich an zwei Stellen: einmal an den Bündeln der Hypoglossuswurzeln entlang und zweitens im Areal des Seitenstrangs. In letzterem haben sie aber keine so charakteristische Konfiguration, daß sie besonders bezeichnet zu werden verdienen. Sie können hier allerdings leicht mit motorischen Kernen verwechselt werden, und nur genauere Betrachtung der Struktur schützt vor diesem Irrtum. Die Zellansammlungen an den Wurzelbündeln des Hypoglossus sind dagegen sehr charakteristisch; sie liegen an der lateralen und auch medialen Seite dieser Bündel und ziehen sich perlschnurartig bis fast zum medialen Pol des oberen Olivenblattes hin (n if h Fig. 7 u. 8). Die medial von den Hypoglossuswurzeln liegenden Zellen ziehen sich zuweilen in Form eines dünnen Striches hin und können als besonderer Kern imponieren (Nucleus perpendicularis formationis reticularis albae, n p fr a Fig. 8). Die Zellen der Nuclei interfasciculares erstrecken sich von der Olive bis zum Hypoglossuskern; unter letzterem findet eine Verbreiterung der Kern-

ansammlung statt und ein Teil derselben legt sich vogelschnabelartig an die Kuppe des hinteren Längsbündels an (Fig. 10 und n fr' Fig. 11). Nach Verschwinden der Hypoglossuswurzeln verlieren auch diese Zellansammlungen allmählich ihr charakteristisches Aussehen.

Nucleus (sympathicus?) sublingualis.

Unter dem oralen Abschnitt des Hypoglossuskerns sammeln sich mittelgroße Zellen zu kleinen Kernen an, die ventral den XII. Kern umgreifen (n sy sl Fig. 7—10). Die Zellen unterscheiden sich von denjenigen der eben erwähnten Nuclei interfasciculares durch ihre mehr abgerundete Form und dadurch, daß sie noch gedrängter zusammenliegen als jene. Doch ist es nicht immer ganz leicht, beide Formationen auseinanderzuhalten, da die Gruppen des Nucleus sublingualis gleichsam besondere Nester in den dorsalen Teilen der Nuclei interfasciculares bilden. Ein solches Nest liegt bald an der ventro-lateralen, bald an der ventro-medialen Peripherie des Hypoglossuskerns. Man trifft diese Nester nicht kontinuierlich, sondern in kurzen Abständen. Am vorderen Ende des XII. Kerns geht ein Teil von ihnen in das Areal des Nucleus intercalatus über, in welches auch, wie erwähnt, Zellen des Nucleus sympathicus N. vagi eingetreten sind. Dieser Umstand im Verein mit der Form und der dichten Lagerung der Zellen läßt vermuten, daß es sich ev. um sympathische Zellgruppen handelt. Der ventrale Zipfel des XII. Kerns liegt oftmals im Nucleus sublingualis drin.

Nucleus gigantocellularis formationis reticularis.

Dieser Kern mit den riesengroßen Zellen erscheint zuerst in derjenigen Region der Medulla oblongata, in welcher die dorsale Nebenolive gut ausgebildet ist (n gi fr. Fig. 9). Man sieht hier zunächst einen kleinen Haufen von sehr großen polygonalen Zellen dorsal von der Nebenolive und lateral von den Hypoglossusbündeln liegen. Die Ansammlung dieser großen Zellen wird nun nach oral zu immer stärker, so daß der Kern nach und nach das ganze zentrale Gebiet der Formatio reticularis einnimmt und noch einen seitlichen Zipfel über die Olive aussendet (Fig. 10 u. 11). Am Übergang zwischen Medulla oblongata und Pons überflutet er auch die mittlere Partie der Raphe selbst, wo seine großen dunklen Zellen in dem blassen Raphekern wie große Früchte aussehen, die an einem Baume hängen (Fig. 12).

Weiter als bis in die distale Ponsgegend lassen sich die großen Zellen nicht verfolgen.

Die Zellen dieser Formation sind die größten, welche die Medulla oblongata aufzuweisen hat; sie liegen locker zwischen den unendlich vielen Retikulariszellen. Auf Querschnitten haben sie ungefähr eine Gestalt, die man mit einem in einer Kapuze versteckten Gesicht vergleichen kann. Das Protoplasma der Zellen zeigt ein homogenes Aussehen, weshalb sie höchst wahrscheinlich dem sensiblen Zelltypus zugehören.

Nucleus motorius dissipatus formationis reticularis.

Die Formatio reticularis hat außer den bis jetzt erwähnten Zellen in ihrer ganzen Längenausdehnung zerstreut liegende motorische Zellen. Im kaudalen Gebiet der Medulla oblongata sind sie vereinzelt. In der Gegend aber, in welcher der eben beschriebene Nucleus gigantocellularis liegt, nehmen sie an Zahl erheblich zu (n m fr Fig. 9, 10, 13). Sie sind ihm hier teils beigemischt, teils liegen sie dorsal von ihm. Einzelne erreichen die Größe der Riesenzellen, die Mehrzahl von ihnen ist aber etwas kleiner. Sie zeigen sehr lange Fortsätze; sie sind deutlich an ihrer Struktur aus der Masse der übrigen Retikulariszellen heraus zu erkennen.

Die Literatur über die Zellen der Formatio reticularis wird bei Besprechung der Ponskerne berücksichtigt werden (s. S. 45). Hier sei nur erwähnt, daß Laura (a. a. O.) die im Verlaufe der XII Wurzeln liegenden Zellen schon bemerkt hat, ebenso Roller (Arch. f. mikr. Anat. Bd. 19). Der nach diesem Autor benannte kleinzellige XII. Kern sollte Beziehungen zu Hypoglossuswurzeln haben, was von den meisten Autoren in Abrede gestellt wird.

Was den Nucleus gigantocellularis betrifft, so entspricht dieser Kern dem Nucleus centralis von Roller (a. a. O.); R. hebt den merkwürdigen Charakter der großen Zellen dieses Kerns hervor, die er wegen ihres blasigen Aussehens mit denen der Vierhügelwurzel des Trigeminus vergleicht.

Nuclei raphes et formationis reticularis albae.

Die ersten Zellen der Formatio reticularis alba treten ungefähr in der Gegend auf, in welcher der Zentralkanal in den IV. Ventrikel übergeht. Sie sind zunächst in recht spärlicher Zahl ganz dorsal und ganz ventral gelegen. Von der Raphe sprühen die kleinen stäbchenförmigen Elemente in feinen queren und schrägen Strichen in die Formatio alba aus (n fr a Fig. 7). Diese strichartigen Züge sind natürlich, je weiter ventral, um so länger. Neben diesen strichartigen Zellzügen treten dann auch kleine

Zellinseln in der Formatio alba auf, die wahrscheinlich durch Zusammenfluß verschiedener Striche entstehen und dadurch auch im Zusammenhang mit den Zellen der Raphe selbst stehen. Die ventralsten dieser Inseln liegen direkt über dem Pyramidenfelde bzw. neben den Oliven, von welchen sie sich durch die Zellform und durch die unregelmäßige Lagerung unterscheiden. Eine besonders lange strichförmige Insel tritt im mittleren Abschnitt der Medulla oblongata dorsal von der medialen Nebenolive gleichsam in ihrer Fortsetzung liegend auf (Nucleus perpendicularis formationis albae, n p fr a Fig. 8).

Ein eigentlicher Raphekern ist erst im vorderen Abschnitt des verlängerten Markes zu sehen und erreicht seinen stärksten Umfang in der Gegend, wo auch der Nucleus gigantocellularis seine größte Ausdehnung hat (n r. Fig. 9—11). Er zieht sich an der ganzen Mittellinie entlang und schwillt in deren Mitte keulen- oder buschartig an. Die Zellen sind von birnenförmiger oder spindelförmiger Gestalt und stehen mit der Längsachse überwiegend senkrecht. Sie sind auffallend blaß gefärbt und von ganz homogener Struktur. Wegen dieser blassen Zellen nenne ich den Kern Nucleus pallidus raphes (n pa r Fig. 12—14). In der Gegend des vorderen Olivenendes schwindet der Raphekern im dorsalen Abschnitt, und es breitet sich der übrige Teil des Kerns wie ein Blumenstrauß in die Nachbarregion aus. In dieser Form hält sich der Kern bis in die kaudale Region des Pons, dann wird er allmählich kleiner und verschwindet.

Literatur. Bechterew (a. a. O.) erwähnt, daß einwärts von der XII. Wurzel in der Formatio reticularis ein Kern liegt, welcher von Misslawski (Inaug.-Diss. Kasan 1885) als Nucleus respiratorius beschrieben ist. Obersteiner (a. a. O.) nennt ihn Nucleus funiculi anterioris. Marburg (a. a. O.) bezeichnet den Rest des Vorderhorns als Nucleus funiculi anterioris.

Kohnstamm (Monatsschr. f. Psych. u. Neurol. Bd. VIII) gibt eine ausführliche Beschreibung der Raphekerne beim Kaninchen. Er unterscheidet einen kaudalen Nucleus parvicellularis raphes in der Gegend der Pyramidenkreuzung, einen Nucleus ventralis raphes im distalen Gebiet des Hypoglossuskerns und einen Nucleus reticularis raphes, der vor der Eröffnung des Zentralkanals beginnt und mit seinem frontalen Ende bis in die Gegend des motorischen Trigeminuskerns reicht.

Nucleus marginalis corporis restiformis.

Man sieht, wenn man die Querschnitte der Medulla oblongata von kaudal nach zerebral verfolgt, vom Nucleus marginalis zunächst denjenigen Teil, welcher in der Taenia ventriculi quarti liegt. Diese Taenia hat auf

dem Schnitt eine vogelkopfartige Gestalt, an deren Spitze sich die Tela chorioidea ansetzt. Der Kopf dieser Gestalt wird nun von einer kleinen ovalen Kernformation ausgefüllt (n mg cr Fig. 8). Die Zellen liegen etwas locker darin und sind von kleiner polymorpher Gestalt. Von hier aus, wenn man die Schnitte weiter nach oral verfolgt, zieht sich der Nucleus marginalis um den ganzen Außenrand des Corpus restiforme als eine schmale Zellschicht entlang. Diese Schicht zeigt sich oftmals auf den Schnitten bald mehr dorsal, bald mehr ventral unterbrochen. In diese schmale Zellzone ergießen sich Zellen des Nucleus magnocellularis funiculi posterioris (Fig. 8 u. 10). Im weiteren Verlauf flacht sich der dorsale Teil dieser Kernformation ab, während der ventrale noch bestehen bleibt. An diesen legt sich außen das Tuberculum cochleare bzw. der Nucleus ventralis N. cochlearis an (n co Fig. 11). Mit der Ausbildung dieser Cochleariszellformation schwindet dann auch der ventrale Abschnitt des Marginalkerns.

Nucleus bulbo-pontinus.

Dieser Kern bildet die Fortsetzung des vorigen (n b p Fig. 11). Beide zusammen machen das aus, was vor kurzem Essik als Corpus ponto-bulbare beschrieben hat. Der Nucleus bulbo-pontinus liegt an der ventralen Peripherie der seitlichen Bucht der Medulla oblongata zwischen dem Areal der absteigenden V. Wurzel und dem ventralen Cochleariskern. Er bildet hier bald zwei durch die Glossopharyngeuswurzel (bzw. diejenige des Intermedius) getrennte Gruppen, bald eine mehr zusammenhängende Formation (Fig. 12 u. 13). Ist letzteres der Fall, so entsteht oft durch ihn eine kleine Hervorwölbung an der ventralen Peripherie. Er wird nun allmählich durch die Vestibulariswurzeln und durch quere Brückenfasern vom Cochleariskern medialwärts abgedrängt und splittert sich in mehrere kleine Gruppen auf. Am deutlichsten erkennbar bleibt immer die an der ventralen Peripherie gelegene Gruppe (Fig. 14). Diese Gruppe zieht sich oralwärts ein wenig in der Richtung zum Kleinhirn zu. In dieser Lage an der Peripherie des mittleren Kleinhirnschenkels ist der Nucleus ungefähr bis zum Eintritt des Trigeminus zu verfolgen; dann wird er von den seitlichen Ausläufern des Brückenkerns so überflutet, daß seine weitere Verfolgung unmöglich ist.

Morphologisch müssen diese beiden Kerne, der Nucleus marginalis corporis restiformis und der Nucleus bulbo-pontinus vom Cochlearis- wie Vestibulariskern geschieden werden, da sie andere Zellelemente enthalten

wie diese. Ob sie physiologisch zu ihnen in naher Beziehung stehen, was leicht möglich ist, lasse ich dahingestellt. Aber es besteht vielleicht auch eine Beziehung zum Nucleus magnocellularis funiculi posterioris (s. S. 17).

Literatur. Der Nucleus marginalis wird gewöhnlich zum Tuberculum acusticum und der Nucleus bulbo-pontinus als medialer Anteil des ventralen Acusticuskerns gerechnet. Essik (Americ. Journ. of Anat. Vol. VII, 1907) ist der erste, der beide Gebilde zusammen als selbständigen Körper beschreibt. Er beschreibt ihn ungefähr in der gleichen Weise, wie es von mir geschehen ist und gibt Flächenansichten desselben wie auch Abbildungen auf Querschnitten.

Nuclei acustici.

a) Nucleus N. cochlearis.
b) Nuclei N. vestibularis.

Nucleus N. cochlearis.

Der Nucleus N. cochlearis legt sich zuerst zwiebelschalenartig an den ventralen Abschnitt des Nucleus marginalis corporis restiformis an (n co Fig. 11 u. 12) und verdrängt alsdann den Marginalkern (s. vorher). Er ragt ventral zwischen Corpus restiforme und Kleinhirn zipfelförmig hervor (Fig. 13). Die Nervenzellen sind von etwas größerer Form als diejenigen des Nucleus marginalis bzw. des Nucleus bulbo-pontinus und erscheinen auf dem Querschnitte als rundliche, teils locker, teils dicht gelagerte Elemente. Neben diesen größeren Elementen finden sich besonders in der Außenzone und dorsal auch kleinere Elemente. Weiter oral zu tritt der Kern mehr ins Innere des Querschnittes hinein; er bildet dann ein Dreieck, dessen stumpfer Winkel nach medial gerichtet ist (Fig. 14 u. 15) und der Radix vestibularis anliegt. Ungefähr im Niveau der stärksten Entwickelung des Facialiskerns verschwindet er.

Nuclei N. vestibularis.

Zu den Kernen, welche mit der Vestibulariswurzel in Beziehung stehen, sind folgende zu rechnen:

1. Nucleus triangularis dorsalis,
2. Nucleus angularis (Bechterew),
3. Nucleus radicis descendentis,
4. Nucleus motorius (Deiters).

Nucleus triangularis et angularis.

In der Gegend, in welcher der XII. Kern und der sympathische X. Kern ihre volle Entfaltung zeigen, erscheint unter dem seitlichen Teil des Ventrikelbodens ein kleines dreieckiges Feld, welches eine Anzahl ganz kleiner, locker liegender, rundlicher oder stäbchenförmiger Zellen enthält (n tr d ve Fig. 8, 9 u. 10). Die Zellen dieses Feldes gehen weiter oral auch in die Zone der absteigenden Vestibulariswurzel über. Auf einer kurzen Strecke (Fig. 10) ist der dreieckige Kern an seinen ventralen Schenkeln von winzigen Gruppen umsäumt, welche etwas größere Zellen enthalten, deren Natur nicht ganz sicher ist. Die Zellen dieses dreieckigen Kerns haben im kaudalen Gebiet große Ähnlichkeit mit den Zellen des benachbarten Nucleus funiculi teretis. Beide sind aber sowohl an sich als auch durch den etwas in die Tiefe getretenen sympathischen Vaguskern getrennt (Fig. 11). Weiter nach frontal zu breitet sich der dreieckige Kern seitwärts mehr aus, er enthält dann neben den früheren kleineren Zellen auch etwas größere, dunkel gefärbte Elemente von polygonaler Gestalt (Fig. 12 u. 13). In seine ventro-laterale Partie nisten sich dann Zellen des Nucleus motorius N. vestibularis ein (Fig. 14 u. 15), wobei er gleichzeitig an Umfang wieder abnimmt. Im Niveau des Abducenskerns sieht man von ihm nur noch kleine Reste. Diese liegen in der Bodenmasse ganz am lateralen Winkel des IV. Ventrikels.

Dieser Rest lagert nun latero-dorsal vom verkleinerten Nucleus motorius vestibularis (n ang ve Fig. 16 u. 17); er vermehrt sich etwas nach frontal zu, indem größere Elemente (ähnlich solchen, wie sie im Felde der absteigenden Vestibulariswurzel gelegen sind) sich hinzugesellen. Diese Zellformation, welche als Nucleus angularis von Bechterew beschrieben ist, hält sich noch weiter nach oral zu, bis in die Gegend der sensiblen V. Kerne, an deren lateraler Seite (Fig. 18 u. 19).

Nucleus radicis descendentis N. vestibularis.

In dem Maschenwerk der absteigenden Vestibulariswurzel, dicht dorsal und medial vom Corpus restiforme, liegen spärliche kleine und mittelgroße Zellen locker gelagert (n rad ve Fig. 11 u. 12); sie sind nicht scharf von den Zellen des Nucleus triangularis zu trennen. Zeitweilig sammeln sich einzelne zu ganz kleinen Haufen, besonders an der ventralen Spitze der

retikulierten Formation an. Nach kaudal zu reichen sie bis zum frontalen Ende des Nucleus gracilis, nach oral gehen sie in den Nucleus angularis über; sie sind vielfach mit den motorischen Zellen des Vestibularisgebietes vermischt.

Nucleus motorius vestibularis (Deiters).

Dieser Kern beginnt ungefähr im gleichen Niveau wie der Facialiskern (n m ve Fig. 13). Er liegt im wesentlichen im Areal der absteigenden Vestibulariswurzel, drängt sich aber, wie vorher erwähnt ist, auch etwas in den Nucleus triangularis hinein. Besonders erwähnenswert ist, daß sich auch im ganzen Verlaufe der Vestibulariswurzel selbst kleine Inseln von motorischen Zellen eingelagert finden (Fig. 14—16). Im Niveau des vorderen Poles des Facialiskerns verkleinert sich der Nucleus motorius vestibularis ziemlich stark und schwindet etwas weiter frontal (Fig. 17). Die Größe der motorischen Zellen ist wechselnd von mittelgroß bis riesengroß; sie haben unzweifelhaft die Struktur der motorischen Zellen.

Literatur. Stilling (a. a. O.) gibt eine gute Abbildung des Cochleariskerns und des Nucleus triangularis, hält letzteren aber für den Glossopharyngeuskern. Clarke (a. a. O.) unterscheidet einen inneren und einen äußeren Acusticuskern. Der innere umfaßt den Nucleus triangularis und der äußere die um das Corpus restiforme gelegene graue Masse. Den ventralen Cochleariskern faßt er als ein besonderes, in den Lauf des Acusticus eingeschaltetes Ganglion auf. Diese Auffassung teilt auch Henle (a. a. O.), er unterscheidet einen Nucleus acusticus superior, inferior und lateralis. Die großen Zellen im Gebiet der absteigenden Acusticuswurzel sind dann zuerst von Deiters (Untersuchungen über Gehirn und Rückenmark. Braunschweig 1865) beschrieben worden, und Laura gab dieser Formation den Namen des Deitersschen Kerns.

Schwalbe (a. a. O.) bezeichnet den inneren Kern von Clarke als Hauptkern des Acusticus, den Deitersschen als Nucleus acusticus lateralis und die dorsale Partie des Cochleariskerns als Nucleus acusticus accessorius. Der Autor erwähnt besonders kleine kugelige Zellen, welche in diesem Kerne liegen. Forel und Onufrowicz (Neurolog. Zentralbl. 1885 Nr. 5 u. 9) unterschieden zuerst auf Grund experimenteller Untersuchungen zwei verschiedene Wurzeln am N. acusticus, eine hintere und eine vordere. Die hintere Wurzel erschöpft sich in dem Nucleus acusticus anterior von Meynert, bzw. lateralis von Henle (jetzigen Nucleus ventralis). Auch die graue Masse am äußeren Rande des crus cerebelli, das Tuberculum laterale von Stieda, welches schon von Foville, Stilling, Schroeder, van der Kolk auch als Acusticuskern betrachtet wurde, sei eine Formation des Acusticus. Der sogenannte innere Kern des Acusticus (Hauptkern von Schwalbe), ebenso der großzellige Deiterssche Kern, von dem schon von Monakow nachgewiesen, daß er mit dem Acusticus nichts zu tun habe, hätten zum Acusticus keine Beziehung.

Die drei Kerne (Nucleus triangularis dorsalis, der Deiterssche Kern und der sogenannte Nucleus angularis von Bechterew) sind dann nebst zahlreichen Zellen, welche

die absteigende Wurzel begleiten, als zum Vestibularis zugehörige Formationen erforscht worden. An dieser Erforschung haben sich besonders von Bechterew, Koelliker, Ramon y Càjal, Flechsig, Obersteiner u. a. beteiligt.

Der Nucleus radicis descendentis N. trigemini, welcher die ganze Medulla oblongata durchläuft, wird mit den übrigen Trigeminuskernen zusammen beschrieben werden.

II. Kerne des Pons.

Nucleus retrofacialis.

Während der Facialiskern erst frontal vom Nucleus motorius vagi auftritt, begegnet man im vordersten Gebiete des letztgenannten Kerns, dort, wo letzterer dem Nucleus sympathicus vagi sehr nahe gerückt ist, einer kleinen Gruppe von ziemlich großen und dichtgelagerten motorischen Zellen (n r fac Fig. 11). Diese Gruppe liegt zwischen dem ventro-lateralen Zipfel des Nucleus gigantocellularis und der Radix descendens V, ein klein wenig von der ventralen Peripherie entfernt. Die motorischen Zellen dieser Gruppe unterscheiden sich durch ihre Größe ganz wesentlich von denjenigen des dorsal lagernden Restes des Nucleus motorius vagi. Der Kern schwindet nach etwa 30—40 Schnitten, und erst nach einer weiteren kleinen Strecke oralwärts tritt an der gleichen Stelle der Facialiskern auf. Aus diesen Gründen wird die Gruppe als Nucleus retrofacialis bezeichnet.

Nucleus N. facialis.

Der Facialiskern beginnt in der vordersten Gegend der Medulla oblongata; er liegt hier zwischen dem Kern der absteigenden V. Wurzel und dem Olivenrest. Er schwillt schnell an und zeigt dann zunächst zwei übereinanderliegende Gruppen (n fac Fig. 13), die nach wenigen Schnitten sich zu dreien vermehren. Der Kern steht mit seiner Längsachse senkrecht und hat auf dem Schnitt keilförmige Gestalt. Während die ventralste Etage des Kerns klein und einfach bleibt, spalten sich die beiden dorsalen in je zwei Gruppen. Sehr bald aber treten wieder Verschmelzungen der Gruppen der einzelnen Etagen ein, ferner verbindet sich die erste dorsale Etage mit der zweiten, und es tritt unter der dritten eine neue kleine Gruppe auf. Die dorsalste bildet alsdann ein Dreigruppenbild, deren Gruppen im Winkel zueinander stehen; die mittlere ist in zwei Gruppen,

eine größere laterale und eine kleinere mediale gespalten und die ventrale ist ganz winzig und bildet die Spitze des Keils (Fig. 14). Der Kern wird dann im weiteren Verlauf durch Verschmelzungen und Reduzierungen etwas kleiner; gleichzeitig splittern sich einzelne Zellen etwas weiter nach dorsal ab und bilden eine kleine abgesonderte Gruppe, die als Nucleus accessorius N. facialis bezeichnet werden kann (n a fac Fig. 15). Diese accessorische Gruppe tritt früher auf als der Abducenskern und verschwindet dort, wo letzterer einigermaßen entwickelt ist. Der Facialiskern selbst läßt noch leidlich die drei Etagen erkennen, indessen alle Gruppen sind stark verkleinert. Nach einer Distanz von etwa 20 Schnitten oralwärts tritt dann abermals eine kleine accessorische Gruppe auf (Fig. 16), welche dem hier vollentwickelten Abducenskern näher liegt. Ob diese Gruppe zum Abducenskern gehört, lasse ich dahingestellt. Die Zellen derselben gleichen mehr denjenigen des Facialiskerns; jedenfalls schwindet sie nach wenigen Schnitten abermals. Am oralen Pol des VII. und VI. Kernes taucht eine intermediäre kleine Gruppe zum drittenmal auf (n m r tri Fig. 17), um bald wieder zu verschwinden. Diese dritte Gruppe ist ein wenig größer als die vorigen und enthält recht große polygonale Zellen. Nach einem Zwischenraum von etwa 20 Schnitten taucht an genau derselben Stelle, wo sie gelegen, der kaudale Pol des motorischen Trigeminuskerns auf. Man kann diese oralste kleine Gruppe deshalb als Nucleus motorius retrotrigeminalis bezeichnen (s. weiter unten). Alle drei intermediären Gruppen bilden höchstwahrscheinlich einen Übergang zwischen Facialis- und Trigeminuskern.

Literatur. Die älteren Autoren, Stilling, Clarke, Dean, Henle, Meynert, hielten den Kern des Abducens für den Facialiskern (bzw. für den gemeinschaftlichen VI., VII. Kern) und den Facialiskern sprachen sie für den motorischen V. Kern an.

Deiters (a. a. O.) hat wohl zuerst den eigentlichen VII. Kern erkannt; der experimentelle Nachweis wurde von Gudden und Mayser (Arch. f. Psych. Bd. VII) erbracht.

Es folgen dann genauere Beschreibungen des Kernes von Laura (Memorie della Reale Acad. delle scienze di Torino, Serie II T. 32, 1879), von Duval, Schwalbe, Koelliker u. a. Koelliker und Obersteiner lassen ihn aus zwei Abschnitten bestehen, Duval zeichnet 4—5 Unterabteilungen; Marinesco (Revue neurol. 1898 und La Presse medicale 1899) erwähnt bei Hund, Katze, Kaninchen und Meerschweinchen drei Gruppen des Kernes, welche beim Menschen nicht so deutlich sich absetzen. Außerdem meint der Autor, daß der Nucleus ambiguus den VII. Kern eine Strecke begleitet.

Parhon und Papinian (La Semaine medicale 1904) unterscheiden am menschlichen VII. Kern vier dorsale und vier ventrale Gruppen, van Gehuchten (a. a. O.) beim Kaninchen drei ventrale und eine dorsale.

Eine sehr eingehende Beschreibung des Kernes bringt schließlich Hudovernig (a. a. O.). Nach diesem Autor besteht der Kern stets aus einer dorsalen und einer ventralen Säule; letztere ist die größere. Die dorsale Säule spaltet sich bis zu drei Gruppen, die ventrale besteht in ihrer ganzen Längenausdehnung aus drei Zellgruppen, zu welchen in der Längsmitte des Kernes noch eine vierte hinzutritt.

Die Mehrzahl der Autoren läßt den VII. Kern unmittelbar auf den Nucleus ambiguus folgen. Was die kleinen intermediären motorischen Zellgruppen betrifft, die zwischen Facialis- und Abducenskern gelegen sind, und von denen vorher nachgewiesen wurde, daß es deren drei gäbe, so hat sich über diese Gruppen eine Kontroverse erhoben, ob sie dem Abducens- oder dem Facialiskern angehören. Siemerling und Boedeker (Arch. f. Psych. Bd. 29), Gianulli (Riv. sperim. di fren. 1877), Bach (Arch. f. Ophth. Bd. 47), Wyrubow (Neurol. Zentralbl. 1901) stellen sie mehr dem Facialiskern zu, während Kaplan und Finkelnburg (Arch. f. Psych. Bd. 33), Lugaro (zit. bei Obersteiner), Pacetti und Held (zit. bei Tsuchida), van Gehuchten (a. a. O.) sie dem Abducenskern zurechnen. Letzterer Autor will der erste gewesen sein, der eine solche Gruppe beim Huhn gesehen hat. Das ist insofern etwas zweifelhaft, als schon Laura vom Facialiskern abgesprengte Zellen erwähnt und auch Meynert eine kleine vom distalen Ende des Trigeminuskern abgegrenzte Gruppe nahmhaft macht. Tsuchida (Über die Ursprungskerne der Augenbewegungsnerven usw. Aus dem hirnanat. Institut der Univ. Zürich 1906) fand diese Gruppe nicht konstant.

Erwähnt muß aber werden, daß bei Säugetieren sowohl ein dorsaler wie ventraler Facialiskern beobachtet ist, Draesecke (Monatsschr. f. Psych. Bd. VII) und Koelliker (Die Medulla oblongata und die Vierhügelgegend von Ornithorhynchus und Echidna. Leipzig 1902) und daß die kleine intermediäre Gruppe beim Menschen ev. ein Rest der dorsalen sein kann. Ferner muß auch die von Ariens Kappers (Neurol. Zentralbl. 1908) betonte Tatsache angeführt werden, daß die motorischen Kerne des Hirnstamms im Laufe der phylogenetischen Entwickelung eine Wanderung erfahren haben, daß Facialis-, Vagus-, Glossopharyngeus-, Accessoriuskerne bei niederen Vertebraten dorsal liegen und im Laufe der Entwickelung ventral wandern. Es wäre somit auch nicht ausgeschlossen, daß diese kleinen intermediären Gruppen Reste dieses Wanderungsprozesses darstellten.

Nuclei corporis trapezoideos.

Man kann von Trapezkernen etwa zwei unterscheiden; von diesen liegt einer direkt ventral vom Facialiskern und ein zweiter ein wenig mehr lateral (n c tr Fig. 14); sie sind beide recht klein. Die Zellen dieser Kerne liegen in einem dichteren Gliafilz, sie sind klein und vielgestaltig. Bald nach Erscheinen der oberen Olive verschwinden die Trapezkerne, und es bilden dann weiter oral ähnliche Zellen eine lockere Formation, auf welcher die obere Olive wie auf einem Teller ruht. Man darf kleine, vom Brückenkern abgesprengte und zwischen den Querfasern des Trapezkörpers liegende Zellgruppen nicht für Kerne des Trapezkörpers halten.

Literatur. Die Angaben über die Trapezkerne sind recht ungenau, so daß man sich schwer zurechtfinden kann. Held (Arch. f. Anat. und Physiol. 1891) ist wohl der erste, der eine genauere Beschreibung gibt und Trapezfasern zu den Kernen in Beziehung bringt.

Nach Bechterew (a. a. O.) lagern die kleinen grauen Trapezkerne in unmittelbarer Nähe der oberen Olive zwischen den hier verlaufenden Querfasern des Corpus trapezoides. In gleicher Weise lokalisiert auch Obersteiner (a. a. O.) den Trapezkern. Nach Koelliker (a. a. O.) liegt der Trapezkern zwischen der kleinen Olive und den Abducenswurzeln an der ventralen medialen Seite der Olive zwischen den Fasern des Corpus trapezoides. Bei Säugetieren soll der Kern besser entwickelt sein als beim Menschen.

Nucleus olivaris superior.

Die obere Olive erscheint im kaudalen Teil des Pons in der Gegend, in welcher der Facialiskern schon voll entwickelt ist. Ihre ersten Anfänge sind an der Eigenart der sie enthaltenden, zunächst locker liegenden Zellen zu erkennen, welche in einem dichten Netz von Gliasubstanz liegen. Die Olive liegt dicht ventro-medial vom Facialiskern direkt über den Bogenbündeln des Corpus trapezoides (n ol s Fig. 15). Dieses Nest, welches die Olive darstellt, ist von einem Kranz von locker gelagerten Zellen umgeben, welche besonders im ventralen Abschnitte große Ähnlichkeit mit denjenigen der Nuclei corporis trapezoideos haben (Fig. 16). Der Hauptkern der oberen Olive ist von ovaler Form; er zeigt in seinem Zentrum dunkel gefärbte Zellen von mittlerer Größe, welche dicht gedrängt liegen. Sie bilden, und das ist sehr charakteristisch, eine strichförmige Zellkette; die Zellen sind von stachel- oder spitz lanzettförmiger Gestalt und sind so angeordnet, daß sie im spitzen oder stumpfen Winkel sich gegenüberstehen. Durch diese Merkmale bildet die obere Olive, obwohl sie nur ein kleines Gebilde beim Menschen ist, eine der charakteristischsten Kernformationen des Pons. In der zwischen Facialis- und Trigeminuskern gelegenen Region wird die obere Olive kleiner (Fig. 17); die Zellen lagern hier lockerer und zeigen mehr rundliche Form. Aber auch da, wo die Olive schon sehr klein geworden ist, kann sie immer noch gut an dem Gliafilz erkannt werden, in welchem wenige dunkle Olivenzellen liegen. Als solch kleines Gebilde kann man sie bis über die frontale Grenze des motorischen V. Kerns, dort, wo die laterale Schleife senkrecht aufsteigende Richtung einschlägt, verfolgen (Fig. 18—21).

Literatur. Zuerst hat wohl Schroeder van der Kolk die obere Olive gesehen. Während Clarke (a. a. O.) die Oliva superior richtig beschreibt, hält Henle (a. a. O.) den Facialiskern und latero-ventral davon gelegene graue Massen für die obere Olive; eine ähnliche Meinung (Appendix des unteren Trigeminuskerns) hat Stilling. Sie wird von Schwalbe, Koelliker und anderen genau beschrieben; Schwalbe unterscheidet zwei, Koelliker drei Abschnitte an ihr.

Cajal (a. a. O.) bezeichnet als Nucleus praeolivaris externus bzw. semilunaris einen um die obere Olive herumziehenden Kern.

Heben auch schon die meisten Autoren die relative Kleinheit der Olive beim Menschen hervor, so hat Fr. Hofmann (Arb. a. d. Neurol. Inst. a. d. Wiener Univ. Bd. XIV) eine sehr eingehende vergleichende anatomische Untersuchung über die obere Olive angestellt. Sie ist nach diesem Forscher bei Halbaffen, Affen und beim Menschen nach einem gemeinsamen Typus gebaut. Der mediale Teil erscheint länglich, etwa ganz schmal elliptisch mit zentralem Zellband und faserreichen Randpartien. Der laterale Teil ist verschieden groß, im allgemeinen schlecht entwickelt, selbst rudimentär mit der Nebenmasse teilweise verschmolzen. Die menschliche Nebenolive ist am meisten den bei Orang-Utan und bei Lemur gefundenen Bildungen ähnlich. Die obere Olive von Lemur stellt den Übergang zu den hochentwickelten Oliven mit gewundenem lateralen Teil dar.

Nucleus funiculi teretis.

Unter dem Nucleus funiculi teretis[1] verstehen viele Autoren den oralen Abschnitt der von mir als Nucleus paramedianus dorsalis bezeichneten Zellgruppe. Sie lassen gewöhnlich den Nucleus triangularis dorsalis N. vestibularis bis zur Mittellinie gehen, und alsdann bleibt für sie zwischen diesem Vestibulariskern und der Mittellinie nur die ganz kleine Vorwölbung übrig, in welcher die Zellen des Nucleus paramedianus liegen. Diese Darstellung ist aber nicht richtig. Der dreieckige dorsale Vestibulariskern reicht keineswegs bis zur Raphe, sondern er hört nach medial dort auf, wo der orale Rest des Nucleus sympathicus N. vagi liegt. Im gleichen Niveau findet sich am Rande des Ventrikels auch eine kleine Einkerbung, und solche Einkerbungen sind in den meisten Fällen äußere Zeichen einer Kernabgrenzung. Von dieser Einkerbung bis zur Raphe erstreckt sich der eigentliche Nucleus funiculi teretis (n f t Fig. 11).

Der Nucleus funiculi teretis bildet in reiner Form, d. h. da, wo er nicht von anderen vielgestaltigen Elementen überschwemmt ist, die Fortsetzung des Nucleus intercalatus (Staderini), s. S. 15. Er liegt zwischen dem verkleinerten Nucleus sympathicus vagi und dem Nucleus paramedianus dorsalis. Die ihn charakterisierenden Zellen sind kleine Elemente, ungefähr von der gleichen Art, wie sie der Nucleus intercalatus zeigt. Während seines ganzen Verlaufes aber von der oralen Grenze des Hypoglossuskerns bis zum Abducenskern strömen aus dem dorsalen Teil der Formatio reticularis größere Zellen in sein Areal hinein. Besonders erwähnenswert sind in seinem kaudalen Abschnitt kleine Gruppen dicht gedrängt liegender Zellen, die das Aussehen sympathischer haben und die vielleicht Ausläufer des

[1] Nicht zu verwechseln mit dem Nucleus funiculi gracilis.

Nucleus sublingualis sind (Fig. 10). An seiner medio-ventralen Ecke strömen sehr viele Zellen der Formatio reticularis zusammen und verdichten sich zu einem keilförmigen Haufen an der dorsalen Kuppe des Fasciculus longitudinalis dorsalis (n fr′ Fig. 11). Der in dieser Gegend lateral von ihm gelegene dreieckige Vestibulariskern hat, wie schon erwähnt wurde, sehr ähnliche Zellelemente von kleiner Gestalt. Ob daher dieser Abschnitt des dreieckigen Kerns wirklich schon zum Vestibularisgebiet gehört oder ob es sich ev. um ein Übergangsgebiet von noch unbestimmter Funktion handelt, muß der weiteren Forschung überlassen bleiben. Weiter nach oral zu verkleinert sich der Nucleus funiculi teretis und plattet sich ab; mit dem Auftreten des Abducenskerns verschwindet er (Fig. 12—15).

Die Literatur über diesen Kern ist bei Besprechung des Nucleus paramedianus dorsalis und beim Nucleus intercalatus angeführt worden (s. S. 15 u. 16). Marburg (a. a. O.) nennt die vor dem XII. Kern gelegene Zellformation Nucleus praepositus hypoglossi.

Nucleus N. abducentis.

Der Abducenskern entsteht im Bereich des Funiculus teres, ungefähr in der Gegend, in welcher der Nucleus motorius N. vestibularis (Deiters) schon etwas kleiner geworden ist. Die Zahl seiner Zellen vermehrt sich recht schnell; in voller Entwicklung bildet er auf dem Schnitt eine stattliche, ungefähr kreisrunde, lateral vom Facialisknie gelegene Gruppe (n abd Fig. 16). Er scheint aber keinen ganz reinen motorischen Kern zu bilden; denn die deutlich an ihrer Struktur erkennbaren motorischen Zellen sind untermischt mit anderen von geringerer Größe und homogener Struktur. Die motorischen Zellen des Abducenskerns sind kleiner als die der anderen motorischen Kerne und die Nißlschen Schollen im Protoplasmaleibe sind etwas zarter. Der Kern wird weiter oral durch den austretenden Facialisschenkel in eine ganz kleine dorsale und etwas größere ventrale Gruppe geteilt. Letztere liegt in der Konkavität der aus dem Knie auslaufenden Facialiswurzel (Fig. 17). Sein frontales Ende liegt etwas weiter oral als dasjenige des Facialiskerns.

Die intermediäre Gruppe zwischen Facialis- und Abducenskern ist bei Besprechung des Facialiskerns eingehend berücksichtigt worden.

Literatur. Wie schon erwähnt wurde (s. S. 30), hielten die älteren Autoren den Abducenskern für den Facialiskern bzw. für den gemeinschaftlichen VI. und VII. Kern. Geklärt wurden die Verhältnisse durch Gudden und Mayser und durch eine Beobachtung von Gowers (Mediz. Zentralbl. 1879). Die späteren Autoren brachten nur genauere Beschreibungen des Kerns und seiner Beziehungen zu den anderen Augenmuskelkernen, zur oberen Olive usw.

Nuclei N. trigemini.

Als Kerngebiete des N. trigeminus sind im Hirnstamm folgende zu nennen:

1. Nucleus motorius retrotrigeminalis,
2. Nucleus motorius N. trigemini,
3. Nucleus motorius radicis mesencephalici,
4. Nucleus sensibilis principalis,
5. Nucleus sensibilis radicis descendentis.

Nucleus motorius retrotrigeminalis.

Ebenso wie der Facialiskern eine kleine nach kaudal zurückgeschobene, vom Hauptkern abgesprengte Zellgruppe besitzt, so hat auch der motorische Trigeminuskern eine solche. Diese Gruppe beginnt im Niveau des oralen Poles des Abducenskerns und liegt in der Konkavität des austretenden Facialisschenkels (n m r tri Fig. 17). Diese Gruppe besteht aus 4—8 großen polygonalen motorischen Zellen, die sich wesentlich von den kleineren des Abducenskerns unterscheiden. Sie ist auf ungefähr 10—20 Schnitten zu sehen, dann folgt nach einer zellfreien kleinen Distanz genau an der gleichen Stelle der eigentliche motorische V. Kern.

Nucleus motorius N. trigemini.

Der motorische Hauptkern des Trigeminus beginnt in derselben Gegend, in welcher die starke sensible V. Wurzel in den Pons einstrahlt und sich mit ihrer Hauptmasse in das Feld der absteigenden Wurzel einsenkt (n m tri Fig. 18). Der Kern vergrößert sich sehr schnell und zieht sich dabei ein wenig nach ventral hin. Er zeigt im ganzen auf dem Schnitt eine eiförmige Gestalt. Man kann an ihm eine dorsale von einer ventralen Abteilung unterscheiden (Fig. 19). Letztere wird oft von durchtretenden, ziemlich dicken Bündeln des Trigeminus geteilt, doch ist diese Teilung eine wechselnde. Auch die dorsale Abteilung kann sich in zwei bis drei Gruppen spalten, so daß auch bei diesem Kern recht wechselnde Bilder entstehen; im ganzen aber bewahrt der Kern viel mehr seine Einheit als z. B. der Facialiskern. In oraleren Gegenden liegt der Kern in der Konkavität der nach dem Ventrikelboden ziehenden Trigeminusbündel; er verschmälert sich dabei allmählich und endet frontalwärts ungefähr im gleichen Niveau, in welchem die vorderen Kleinhirnschenkel sich vom Marke des Kleinhirns isoliert haben (Fig. 20).

Nucleus motorius radicis mesencephalici N. trigemini.

Der Kern dieser Wurzel ist wegen der eigentümlichen Zellen, die er enthält, wohl der typischste von allen Trigeminuskernen, so daß man ev. eine einzige Zelle auf dem Querschnitt als solche heraus erkennt. Die Zellen sind von eiförmiger Gestalt (wie eingekapselte Bandwurmeier); sie sind dunkel gefärbt, erscheinen bei schwacher Vergrößerung ziemlich homogen; bei starker Vergrößerung zeigen einzelne von ihnen dicht gedrängt liegende grobe Schollen, andere zeigen feine Körnelung. Die Zellen dieser Kernsäule erscheinen zuerst in derjenigen Ponsgegend, in welcher die V. Wurzel in die Brücke einmündet und erstrecken sich von hier bis in den vordersten Abschnitt der vorderen Zweihügel. Erst dort, wo letzterer in die Thalamusregion übergeht, sind Zellen des Kernes, auch selbst vereinzelt, nicht mehr zu erkennen (n mes tri Figuren 19 bis 27). Im größten Teil ihres Verlaufs bildet die Kernsäule auf den Schnitten eine Gruppe von wenigen Zellen, die seitlich von der Radix mesencephalica V bzw. seitlich vom Nucleus pigmentosus pontis an der lateralen Ecke des IV. Ventrikels liegt. Doch schwillt die Gruppe an und ab und hat auch ganz kurze Unterbrechungen. Sowohl am kaudalen wie am frontalen Pol wechselt die Zellformation etwas ihre Lage. Am kaudalen Ende steigt sie ein wenig mehr ventral herab und lagert in kleinen Gruppen zwischen denjenigen des Nucleus sensibilis principalis N. trigemini. Einzelne Zellen lagern dicht lateral vom Nucleus motorius V (Fig. 19). Im oralen Abschnitt, im Gebiete der hinteren und vorderen Zweihügel, lagert die Kernformation in einzelnen, ganz kleinen Gruppen oder mit einzelnen Zellen an der seitlichen Grenze der grauen Bodenmasse des Aquaeductus Sylvii und zieht sich, an dieser Grenze dem bogenförmigen Rande folgend, fast bis zur Medianlinie nach dorsal hin. Hin und wieder kommt es vor, daß eine kleine Gruppe im ventro-lateralen Teil der grauen Bodenmasse selbst lagert (Fig. 24, 25 u. 27).

Nucleus sensibilis radicis descendentis N. trigemini.

Der Kern der absteigenden V. Wurzel bildet die kontinuierliche Fortsetzung des dorsalen Hinterhornabschnitts. In C 1 und im kaudalen Abschnitt der Medulla oblongata ist der Kern stark vergrößert und abgerundet; der Bau des Kernes bleibt zunächst derselbe (s. meine Arbeit über die Kerne des Rückenmarks). Der Kern zeigt dabei schlingenförmige Bildung; hier und da kann ein Teil solcher Schlinge auf dem Schnitt iso-

liert und abgetrennt vom Ganzen gelagert sein (n rad tri Fig. 1). Im weiteren Verlaufe nach oral nimmt die Formation einmal ein etwas gleichmäßigeres Gefüge an; ferner verkleinert sie sich und zeigt entweder winkelige oder eiförmige Gestalt. An der Peripherie der absteigenden Wurzel selbst oder im Innern derselben finden sich vereinzelte oder in ganz kleinen Gruppen gelagerte kleinere oder mittelgroße Zellen (Marginalzellen von Waldeyer bzw. Nucleus marginalis von Ziehen). Wie schon erwähnt wurde, treten Teile sowohl des kleinzelligen wie auch des großzelligen Nucleus funiculi cuneati so dicht an die sensible Trigeminusformation heran, daß oft kaum eine Grenze zwischen ihnen zu ziehen ist (Fig. 6), so daß es wahrscheinlich wird, daß Fasern der absteigenden Wurzel gleichfalls zu den Kernen der Hinterstränge in Beziehung stehen. Der Zellgehalt ist nun in den Ebenen weiter frontal recht wechselnd, recht oft aber sieht man nur wenig Nervenzellen in einer Masse von Gliazellen liegen; gleichzeitig rückt die ganze Kernformation mehr ins Innere des Schnittes hinein. Im vorderen Abschnitt der Medulla oblongata lagert sich ventral von der V. Wurzel und deren Kern ein vielstrahliger Kern des Seitenstrangs, der Nucleus infratrigeminalis, welcher dicht gedrängt liegende, mittelgroße Zellen enthält (Fig. 8). Ob dieser Kern zum Trigeminus Beziehungen hat, muß die weitere Forschung lehren. Koelliker hat ihn, wie erwähnt wurde (vgl. S. 19), zum Accessorius in Beziehung bringen wollen, indem Fasern von ihm direkt durch den Seitenstrang nach außen ziehen sollten.

Im frontalen Gebiet der Medulla oblongata ist der Kern der absteigenden V. Wurzel nicht immer ganz scharf gegen die Formatio reticularis und auch nicht gegen den Kern des Fasciculus solitarius abzugrenzen (Fig. 11). Nach Verschwinden der Hinterstrangskerne und des Fasciculus solitarius tritt der Kern der V. Wurzel wieder schärfer hervor und erscheint als ein eiförmiges Gebilde. Die V. Wurzel selbst enthält am peripheren Saume und im Innern stets kleine Inseln von schlanken Zellen. In der Gegend des oralen Gebietes des Facialiskerns ist der Kern der V. Wurzel recht winzig geworden und wird noch durch austretende Facialiswurzeln zerklüftet. Ventral von der V. Wurzel lagert jetzt ein etwas breiterer Zellsaum von kleinen lockeren Zellinseln; mit diesem Zellsaum verschmilzt dann schließlich der noch vorhandene winzige Kern der V. Wurzel zu einem Gebiet, und in diesem Gebiet entsteht dann sogleich der ventrale Teil des sensiblen Hauptkerns des Trigeminus, auf den die Fasern der mächtigen einmündenden V. Wurzel zuströmen.

Nucleus sensibilis principalis N. trigemini.

Der im Haubenteil des Pons, im gleichen Niveau wie der motorische gelegene sensible Hauptkern des Trigeminus, besteht auf den Querschnitten aus einer Anzahl von größeren und kleineren Zellgruppen, welche sich in ziemlich senkrechter Richtung vom dorsalen Saume der in die Haube einmündenden V. Wurzel bis zum Ventrikelrande erstrecken (n s tri Fig. 18). Die ventralste dieser Gruppen bildet die unmittelbare Fortsetzung des Nucleus radicis descendentis; sie ist durch die Fasern der einströmenden V. Wurzel vielfach gespalten (Fig. 17). Die anderen bilden mehr geschlossene Gruppen; sie liegen zwischen dem motorischen V. Kern und dem Reste des Nucleus angularis N. vestibuli; sie hängen wohl alle miteinander zusammen. Die direkt unter dem Boden des Ventrikels gelegene Gruppe hat eine ganz runde Gestalt, sie erstreckt sich weiter kaudal zu als die anderen (bis in die Abducensfacialisregion, Fig. 16) und hat auch einzelne kleine Absprenkelungen, welche am Boden des Ventrikels in der Richtung nach der Raphe zu sich verlieren (Fig. 18). Ob letztere mit dem Nucleus paramedianus dorsalis in Beziehung stehen, kann nicht ganz sicher entschieden werden. Die Zellen der einzelnen Gruppen sind klein und leicht abgerundet; sie haben große Ähnlichkeit mit denen der Hinterstrangskerne; sie liegen dicht gedrängt zusammen. Weiter nach oral zu werden die Gruppen kleiner und verschwinden im vorderen Niveau des motorischen V. Kernes (Fig. 20); an ihrer Stelle liegt von hier ab eine schmale, längliche, diffuse graue Masse, die in ihrem Aussehen eine gewisse Ähnlichkeit mit dem Kern der absteigenden V. Wurzel hat. Diese graue Masse geht weiter frontal zu in die graue Substanz der seitlichen Zone der Formatio reticularis über.

Literatur. Stilling, Bruce bezeichnen den motorischen V. Kern als den oberen V. Kern im Gegensatz zum unteren, als welchen sie den Facialiskern ansahen. Den eigentlichen sensiblen V. Kern faßte schon Stilling als eine Fortsetzung der gelatinösen Substanz des Hinterhorns auf. Die beste Beschreibung der V. Kerne gibt von älteren Autoren Meynert (a. a. O.). Er erkannte auch zuerst die Zugehörigkeit der blasigen Zellen zum Quintusgebiet, hielt sie aber für sensibel; auch die Substantia ferruginea sollte nach Meynert Beziehungen zum Trigeminus haben.

Forel (a. a. O.) war wohl der erste, welcher die motorische Natur der mesencephalen Quinturwurzel und ihres Kernes erkannte.

Koelliker (a. a. O.) hält die Zellen der Radix mesencephalica für multipolar; er gibt an, daß sie vor dem Austritt der Wurzel so stark entwickelt sind, daß sie einen besonderen Kern bilden; er führt ferner an, daß Merkel diese Zellen für bipolar, Golgi, Lugaro sie für unipolar halten.

Kohnstamm (Psychiatr. neurol. Wochenschr. VII. Jahrg.) hält den Trigeminushauptkern im Pons seiner Funktion nach identisch den Hinterstrangskernen; auch glaubt er, daß die Zellen des Locus coeculeus zur sensiblen V. Wurzel in Beziehung stehen.

Für eine Beziehung der Zellen der Substantia ferruginea zu der Radix descendens V treten Bechterew, Obersteiner und andere ein (s. darüber weiter unten).

Van Gehuchten (a. a. O.) nennt den Kern der oberen V. Wurzel den accessorischen Trigeminuskern. Die Zellen seien zuerst von Deiters beschrieben worden und Duval hätte zuerst ihre Zugehörigkeit zum Trigeminus erkannt.

Schuzo Kure (Arb. a. d. neurol. Inst. d. Wien. Univ. 1899) hält die Zellen der zerebralen V. Wurzel sehr ähnlich denjenigen des Ganglion Gasseri und der Spinalganglien. Gewisse Zellen im Locus coeruleus sind ihrer Beschaffenheit nach von denjenigen des Kernes der mesencephalen V. Wurzel nicht auseinander zu halten. Auch Forel (a. a. O.) hat schon angegeben, daß diese Zellen ganz nach Art der peripheren Ganglien gebaut sind.

Nucleus pigmentosus pontis.

Am Nucleus pigmentosus pontis kann man eine Haupt- und zwei Nebenabteilungen unterscheiden. Die Hauptabteilung ist der Nucleus pigmentosus loci coerulei; die Nebenabteilungen stellen Ausstrahlungen der Hauptabteilung dar. Diese Ausstrahlungen erfolgen einmal in die Haubenregion des Pons, Nucleus pigmentosus dissipatus tegmento-pontinus und zweitens, nach dem Kleinhirn, Nucleus pigmentosus tegmento-cerebellaris. Diese letztere Abteilung besitzt größere Selbständigkeit als die erste Nebenabteilung.

Nucleus pigmentosus loci coerulei.

Die dreieckige Hauptabteilung, welche unter dem seitlichen Winkel des IV. Ventrikels liegt, ist so prägnant durch Form, Lage der Zellen und besonders durch ihren Gehalt an braunem Pigment, daß eine besondere Beschreibung sich erübrigt (n pi p Fig. 20—24). Nur wenige Zellen des Kernes lassen auch bei Betrachtung mit Ölimmersion kein Pigment erkennen. Die Mehrzahl der Zellen hat im Zellleib feinere chromophile Körnchen, einzelne zeigen auch gröbere Schollen, besonders an der Randzone. Zuweilen ist der Zellleib von Körnchen ganz gelichtet und man sieht dann nur das Gerüst. Dieser Struktur zufolge sind die Zellen dieses Kerns, ebenso wie seine beiden Abteilungen, wohl sensibler Natur. Im vorderen Abschnitt des Pons liegt der verkleinerte Kern teils dorsal, teils ventral von der seitlichen Spitze der Fasciculus longitudinalis dorsalis (Fig. 22). In der Gegend der vorderen Zweihügel liegen nur noch wenige Pigmentzellen an der alten Stelle (Fig. 24 u. 25). Hier kommen diesen kleine Gruppen des

Nucleus pigmentosus subthalamo-peduncularis (Substantia nigra Soemmeringii) sehr nahe. Über die Vierhügel hinaus ist der Kern zerebralwärts nicht zu verfolgen. Nach kaudal zu bildet der Kern bis kurz vor dem oralen Ende der Trigeminuskerne ein ziemlich geschlossenes Areal.

Nucleus pigmentosus dissipatus tegmento-pontinus.

Diese Abteilung bildet die unmittelbare Fortsetzung der vorigen nach kaudal. Die Zellen liegen zerstreut in der seitlichen Haubenregion in der Gegend des Trigeminus- und Facialiskerns dorsal vom Nucleus olivaris superior (n pi tp Fig. 18 u. 19). Die kaudalsten Ausläufer reichen bis in die frontale Facialiskernregion, wo sie entweder zwischen Abducens- und Facialiskern oder medial von letzterem zu sehen sind.

Nucleus pigmentosus tegmento-cerebellaris.

Diese Abteilung liegt in dem Dach, welches sich beiderseits flügelförmig über den IV. Ventrikel legt. Die Zellen erstrecken sich vom seitlichen Winkel des Ventrikels bis zum Dachkern des Kleinhirns und ziehen sich dicht am Rande des Ventrikeldachs entlang (n pi t cbl Fig. 17 u. 18). Die kaudalsten Zellen dieser Abteilung liegen in der Gegend, in welcher der Abducenskern gut ausgebildet ist. Sie vermehren sich bald und bilden dann neben einzelnen lagernden Zellen auch kleine Haufen. Solch ein Haufen lagert auch direkt ventral unter dem Dachkern des Kleinhirns, und von diesem Haufen strömen Pigmentzellen in den Dachkern selbst hinein. [Dieser Dachkern enthält, wie hier nebenbei bemerkt sein soll, sehr viele Zellen, die ihrer Form und Struktur nach sicher dem motorischen Typus angehören.] Im Niveau des motorischen Trigeminuskerns kann man die frontalsten Zellen dieser Abteilung am seitlichen Winkel des IV. Ventrikels antreffen; es sind hier nur sehr wenige, die wahrscheinlich zum Hauptpigmentkern überleiten.

Literatur. Erkannt ist dieser Pigmentkern, wie Forel anführt, schon von Vicq d'Azyr, Reil, Gebrüder Wenzel und anderen als durchschimmernde, schwarze Substanz. Von Stilling und Arnold wurde sie als Substantia ferruginea bezeichnet.

Meynert (a. a. O.) gibt von den älteren Autoren die genaueste Beschreibung dieser Formation; er erwähnt auch besonders die Ausstreuungen des Kernes einmal in die seitliche Gegend der hinteren dorsalen Brückenabteilung und ferner in das Dach der Rautengrube nach innen vom Bindearm (Substantia ferruginea superior). Auch Forel (a. a. O.) beschreibt sie sehr eingehend, besonders auch in vergleichend anatomischer Hinsicht. Während Forel

der Ansicht ist, daß die Zellen dieses Kernes, auch die nicht pigmentierten, sich leicht von den blasigen Zellen des Kernes der mesencephalen V. Wurzel unterscheiden lassen, meint Obersteiner (a. a. O.), daß man bei Tieren zwei Zelltypen unterscheiden müsse, von denen einer vollkommen demjenigen des Kernes dieser V. Wurzel gliche. Aus der Substantia ferruginea sollen auch viele Fasern ziehen, welche sich mit denen der zerebralen Wurzel vereinigen.

Vgl. auch die Angaben von Schuzo Kure (S. 39).

Ich selbst muß gestehen, daß ich eine Verwechselung der Zellen des Nucleus pigmentosus mit denjenigen der mesencephalen V. Wurzel wenigstens beim erwachsenen Menschen für unmöglich halte.

Nucleus pontis.

Der Brückenkern stellt wohl die gewaltigste Kernformation des ganzen Hirnstamms dar (n p Fig. 14—23). Er ist durch die Brückenfasern (longitudinale und transversale) in größere und kleinere, bald mehr rundliche, bald strichförmige, bald polygonal gestaltete dichte und lockere Haufen zerteilt (etwa wie Sand auf einer schwingenden Metallplatte). Er ist ventral von den oberflächlichen Brückenfasern, dorsal von den Schleifenarealen begrenzt. Im kaudalen Teil, in welchem die Haubenregion noch von beträchtlicher Größe ist, ist sein Höhendurchmesser erheblich kleiner als sein Breitendurchmesser, nach frontal zu wird das Verhältnis dieser beiden Durchmesser allmählich ein umgekehrtes. Nach ventral zu ist er scharf abgeschlossen, nach dorsal schickt er mächtige Fortsätze in die Haubenregion hinein, ebenso sprüht er recht weit zerebellarwärts zur Kleinhirnrinde aus (s. weiter unten). In der kaudalen Brückenhälfte bildet er auf dem Querschnitt jederseits ungefähr einen Ring. Beide Ringe liegen um das geschlossene Pyramidenareal herum, sie stoßen in der Medianlinie zusammen und flachen sich hier gegeneinander ab, während sie sich nach lateral bzw. latero-dorsal mit einem breiten Zipfel ausziehen. Ventral von diesem Zipfel liegt der Nucleus bulbo-pontinus (s. S. 25). Mit der Zersprengung des Pyramidenareals durch die tiefen Brückenfasern wird die Verteilung der grauen Masse des Ponskernes eine mehr gleichmäßige, und die Abgrenzungslinie gegen den Brückenschenkel ist trotz der vielen kleinen Auszackungen doch im ganzen eine schärfer begrenzte. Am vorderen Teil des Pons hat sich der Brückenkern im Querdurchmesser erheblich verschmälert, und die einzelnen Haufen, aus welchen er sich zusammensetzt, sind lockerer und maschenartiger. Der Rest des Brückenkerns nach vorn zu liegt zwischen beiden Hirnschenkeln.

Es würde zu weit führen, die Konfiguration des Brückenkerns im einzelnen zu schildern. Von der Vielgestaltigkeit geben die Figuren ein einigermaßen anschauliches Bild[1].

Einer besonderen Besprechung aber bedürfen die beträchtlichen Massen, welche von dem Grundstock des Brückenkerns in die Haubenregion und bis an die Kleinhirnrinde aufsteigen. Man kann sie mit hohen Bergspitzen vergleichen, die sich von einem gemeinsamen Plateau erheben. Es sind im wesentlichen auf jeder Hälfte zwei Gipfel, ein medialer und ein lateraler. Der erste ist gewaltiger als der zweite. Ich nenne sie Processus tegmentosus medialis nuclei pontis und Processus tegmentosus lateralis nuclei pontis.

Processus tegmentosus medialis nuclei pontis.

Dieser Fortsatz des Brückenkerns erhebt sich aus dessen dorsalem Rande neben der Medianlinie. Er drängt sich beiderseits zwischen die medialen Pole der medialen Schleife und steigt von hier an der Medianlinie dorsalwärts auf. Schon im kaudalen Teil der Brücke wölbt er sich an der Raphe als ein kleiner Hügel empor (Fig. 16). Dieser Hügel steigt allmählich aufwärts, und je weiter dies geschieht, um so breiter wird die Basis, mit der er sich auf den Untergrund der Brückenformation stützt. Er zeigt in seinem Bau dasselbe Gefüge wie der Grundstock selbst. Dies Gefüge ist besonders an der Basis stark retikulär. Indem er auch seitlich in die Haubenregion zweigartige Ausläufer ausschickt, ist der ganze Hügel auf dem Durchschnitt einer Tanne vergleichbar, deren tiefste Äste sich am weitesten seitwärts ausdehnen, während die oberen immer kürzer werden (p tg m p Fig. 19 u. 20). Dies Bild ist auf die Processus mediales beider Hälften bezogen, die ja an der Medianlinie so dicht zusammenliegen, daß sie als ein einheitliches Ganzes erscheinen. An der dorsalen Spitze teilt sich der Gipfel jederseits in einen seitlichen Ausläufer, welche den Fasciculus longitudinalis dorsalis lateral umfassen und fast bis zum Ventrikel laufen. Dieser Ausläufer mischt sich mit Zellen der Formatio reticularis. Ob der eben beschriebene Processus tegmentosus medialis nur aus Zellen besteht, die denen des Brückenkerns identisch sind, oder ob auch einzelne Zellen der Formatio reticularis sich darunter befinden, ist schwer zu ent-

[1] In den Figuren 17—21 ist vom Ponskern nur derjenige Teil wiedergegeben, welcher der Haubenregion unmittelbar angrenzt.

scheiden. Der Processus tegmentosus wird im vorderen Teile des Pons erheblich schmäler; er nimmt alsdann eine schmale, turmartige Gestalt an (Fig. 21); er wird dann weiter durch die zuerst ventral kreuzenden Bündel der vorderen Kleinhirnschenkel von seinem Unterbau abgeschnitten (Fig. 22) und verschwindet mit dem Weiterfortschreiten der Bindearmkreuzung allmählich vollständig.

Processus tegmentosus lateralis nuclei pontis.

Während die beiden medialen Brückenkernfortsätze in der Mittellinie zusammenstoßen und dadurch einen mächtigen Aufbau darstellen, sind die beiden lateralen weit voneinander getrennt. Sie erheben sich beiderseits von der latero-dorsalen Ecke des Grundbaues und schieben sich dorsalwärts in der Richtung zum vorderen Kleinhirnschenkel empor, wobei sie den latero-ventralen Abschnitt der Haubenregion zaunartig begrenzen. Sie treten in der kaudalen Trigeminusregion hervor und schieben sich hier zwischen die ventrale Gruppe des sensiblen Kernes und die obere Olive aufwärts (p tg l p Fig. 18). Sie rücken den sensiblen V Kernen nach, und man muß sich hüten, beide zu verwechseln. Allmählich heben sie sich mehr empor, und in der Gegend des oralen Poles des V. Kernes spaltet sich dieser Hügel in einzelne kleinere Zellhaufen (Fig. 20). Ein Teil derselben geht in kleineren Absprengungen nach lateral bis zur Kleinhirnrinde, Nuclei ponto-cerebellares (p tg l p′ Fig. 20), ein anderer größerer Teil steigt ziemlich gerade senkrecht empor und schiebt sich am freien lateralen Rande der Haube zwischen letzterem und vorderem Kleinhirnschenkel hinauf. Ein Teil dieser Haufen liegt also im Areal der lateralen Schleife und stellt das dar, was von vielen Autoren als Kern der lateralen Schleife bezeichnet wird (Fig. 21). Kurz vor Beginn der hinteren Zweihügel verschwinden die Processus tegmentosi laterales.

Schließlich ist noch zu erwähnen, daß der mediale Processus mit dem lateralen durch einen guirlandenartigen Querzug verbunden ist, der sich von der Basis eines Hügels zum anderen dicht über dem Areal der medialen Schleife hinzieht. Von diesem Zuge gehen vornehmlich im medialen Abschnitt kleine senkrechte Ausläufer durch das Schleifenareal hindurch und zerklüften es dadurch in mannigfacher Weise.

Die Zellen des Brückenkerns und seiner Fortsätze sind mittelgroß, indessen ist die Größe dauernd wechselnd; doch scheint das nicht auf

einer verschiedenen Zellart zu beruhen, sondern auf der Richtung, in welcher die Zellen durch den Schnitt getroffen sind. Die Form der Zellen ist abgestumpft polygonal; sie sind dunkel gefärbt und liegen in Haufen gedrängt zusammen. Bei starker Vergrößerung zeigen sie ein feinkörniges Protoplasma.

Literatur. Der Brückenkern ist natürlich allen älteren Autoren von der Zeit an, wo überhaupt Querschnitte durch den Pons gemacht wurden, bekannt gewesen. Indessen eine eingehende Beschreibung findet sich selten. Auch in den neueren Lehrbüchern ist sehr viel über die Faserung des Fußteils der Brücke gesagt und über die Verbindung der Brückenkerne mit anderen Hirnteilen, aber über sie selbst, ihre Verteilung, Ausbreitung findet sich nicht viel. Es wird nur gewöhnlich erwähnt, daß sich zwischen den Brückenfasern graue Massen befinden und daß die Zellen in diesen rundlich und klein sind.

Bechterew (a. a. O.) gibt eine genauere Beschreibung des Processus tegmentosus medialis. Er nennt ihn wegen seiner netzförmigen Zerklüftung Nucleus reticularis tegmenti. Er meint, daß die Nervenzellen dieses Nucleus wesentlich kleiner sind als die Zentralkerne.

Diesen Vorsprung möchte Kohnstamm (Monatsschr. f. Psych. Bd. VIII) besser Nucleus pontinus tegmenti benennen.

Eine gute Abbildung des Processus tegmentosus lateralis findet sich im Atlas von Edw. Flatau (Atlas des menschl. Gehirns, II. mikr. Teil. Berlin 1899). Was er aber als Kern der lateralen Schleife bezeichnet, ist nur die Fortsetzung der oberen Olive.

Cajal (a. a. O.) unterscheidet einen unteren und einen oberen Kern der lateralen Schleife. Die Ansicht von Roller und Held, daß der untere Kern nur die Fortsetzung der oberen Olive darstellt, indem letztere in die andere Richtung umbiegt, teilt er nicht. Über diesen sogenannten oberen Kern der lateralen Schleife siehe weiter unten.

Nuclei formationis reticularis pontis.

Eine Trennung dieser Formation in eine grisea und alba ist im Pons nicht ausgeprägt.

Nachdem der Nucleus giganto-cellularis und der Nucleus pallidus raphes der Medulla oblongata verschwunden sind, was etwa im Niveau der Mitte des Facialiskerns geschehen ist, wird das Bild der Formatio reticularis ein gleichmäßigeres. Die Zellen werden von hier an zerebralwärts erheblich geringer, sie sind der Mehrzahl nach auch gleichmäßiger in ihrer Gestalt und gleichmäßiger über das ganze Areal verteilt. Nur in der medialen Zone, dicht neben oder unweit der Raphe, findet sich eine Schar etwas größerer und dunkel gefärbter polygonaler Zellen; von diesen liegt gewöhnlich eine mehr ventrale Abteilung neben der Raphe und sprüht seitlich aus, während eine dorsale Abteilung ventral vom Nucleus funiculi teretis bzw. vom Abducenskern liegt und sich zum Teil in diese Kerne ergießt (Fig. 14—16). Die übrigen Zellen sind recht klein und dreieckig

zugespitzt; sie füllen in nicht großer Zahl gleichsam alle diejenigen Gebiete aus, welche zwischen den distinkt sich heraushebenden Kernen der Haubenregion des Pons verbleiben.

Daß zwischen den größeren Zellen im medialen Gebiete der Haube sich auch eine Anzahl motorischer Zellen findet, ist schon erwähnt worden. Bemerkenswert ist ferner die Anzahl von großen motorischen Zellen der Formatio reticularis im vorderen Gebiete des Abducens- und im kaudalen Gebiete des Trigeminuskerns, Nucleus motorius formationis reticularis (Fig. 17 u. 18).

In der Gegend des kaudalen Endes des V. Kernes beginnen die vorher besprochenen Processus tegmentosi nuclei pontis, die allmählich einen großen Teil der gesamten Haubenregion erfüllen. Die eigentliche Formation wird dadurch erheblich verkleinert. Die Reticulariszellen liegen teils lateral vom Fasciculus longitudinalis dorsalis, teils über der oberen Olive im Zentrum der Haube, teils um den ventralen Abschnitt des vorderen Kleinhirnschenkels herum (Fig. 19—21).

Über die weitere Gestaltung der Zellen der Formatio reticularis siehe den Abschnitt über den Hirnschenkel.

Literatur. Über die ältere Literatur vergleiche Forel (a. a. O. S. 61).

Koelliker (a. a. O.) hält es nicht für berechtigt, von besonderen Kernen der Formatio zu reden, obwohl er zugibt, daß die Zellen in gewissen Gegenden gehäufter und zahlreicher vorkommen als in anderen.

Bechterew (a. a. O.) erwähnt die Nuclei centrales von Roller; ferner will der Autor bei der Katze ein Häufchen außerordentlich großer, multipolarer Zellen im Haubenteil des Pons gefunden haben, welche dem Zentralkern von Roller entsprechen sollen und den er deshalb im Gegensatz zu ihm als den oberen Zentralkern Nucleus centralis superior bezeichnet. Beim Menschen soll der Kern nicht so gut ausgeprägt sein. Außerdem beschreibt B. beim Hunde einen unmittelbar hinter den hinteren Vierhügeln an der Raphe gelegenen Kern, welcher kleinere Zellen als der hinter ihm gelegene Nucleus reticularis tegmenti haben soll, und nennt ihn einfach Nucleus medialis (früher Nucleus centralis superior medialis)[1]. Schließlich bemerkt der Autor: Außer den bisher schon namhaft gemachten Kernen findet sich in der Formatio reticularis eine Reihe grauer Formationen, welche sich zwar mehr oder weniger von den umgebenden Teilen abheben, aber doch nicht mit voller Schärfe zu umgrenzen sind. Solcher gibt es in der sogenannten Substantia grisea des verlängerten Markes, in der Gegend der Acusticuskerne, einwärts vom Corpus restiforme und über den oberen Oliven, in der Vierhügelgegend medial vom vorderen Kleinhirnschenkel und längs dem Innen-

[1] Da ich den Hirnstamm vom Hunde nicht nach Nißlscher Färbung untersucht habe, so kann ich ein endgültiges Urteil über diesen Bechterewschen Kern nicht abgeben, glaube aber, daß es sich um nichts anderes als um die turmartige Fortsetzung des Processus tegmentosus nuclei pontis handelt.

rande der Schleife. Ebenso sieht man an der ventralen, besonders an der lateralen Seite des hinteren Längsbündels die Zellen der Formatio reticularis zu dichteren Haufen zusammtreten.

O. Kohnstamm (Monatsschr. f. Psych. Bd. VIII) teilt die Formatio reticularis beim Kaninchen ein in: 1. Nucleus reticularis cervicalis, 2. Nucleus reticularis oblongatae, 3. Nucleus reticularis pontis; höher hinauf als bis zum Ponsende reiche sie nicht. Den Nucleus reticularis oblongatae teilt er in: 1. Nucleus reticularis lateralis und 2. Nucleus reticularis raphes. Die Raphekerne der frontalen Brückengegend enthalten keine Reticulariszellen. Es hat nach diesem Autor keinen Vorteil und keine Berechtigung, einen unteren, mittleren, oberen Zentralkern, einen Mediankern und Vorderstrangkern der Formatio reticularis zu unterscheiden. Der Bechterewsche Nucleus reticularis tegmenti gehört auch nicht zum System der Formatio reticularis, er nennt ihn Nucleus pontinus tegmenti. In dieser Gegend findet K. nur einen Reticulariskern, nämlich den Nucleus centralis superior externus von Bechterew, den er Nucleus reticularis pontis nennt.

Meynert (a. a. O.) bezeichnet die Formatio reticularis als motorisches Feld, Edinger (a. a. O.) als Assoziationsfeld. Vgl. auch S. 20—24.

III. Kerne des Pedunculus cerebri.

Nucleus N. trochlearis.

Der Trochleariskern beginnt im frontalen Niveau der hinteren Zweihügel mit 2—3 motorischen Zellen, die im Areal des hinteren Längsbündels lagern (n tro Fig. 23). Die Zellen vermehren sich schnell; in seiner besten Ausbildung bildet der Kern eine im Längsbündel liegende Insel von ungefähr 30—40 Zellen (Fig. 24). Weiter nach vorn nimmt die Zahl der Zellen wieder ab, und die graue Substanz, auf welcher sie im Längsbündel lagen, verschmilzt mit der grauen Bodenmasse. Man trifft dann schließlich 2—3 Schnitte, auf welchen der Kern so klein geworden ist, daß er wieder nur etwa 2—3 motorische Zellen enthält. Diese Stelle bezeichnet wohl die Grenze zwischen dem Trochlearis- und Oculomotoriuskern.

Literatur. Der Trochleariskern ist zuerst von Stilling (a. a. O.) als oberer Trochleariskern beschrieben worden. Meynert (a. a. O.) spricht von einem Oculomotorio-Trochleariskern. Eine ausführliche Beschreibung des Kernes gibt Forel; er meint, daß Trochlearis- und Oculomotoriuskern durch eine enge zellenarme Zone getrennt seien. Dieser Ansicht, welche zu allererst Stilling geäußert hat, stimmt auch Obersteiner bei. Im Gegensatz zu Forel nennen Westphal und Siemerling (Arch. f. Psych. Bd. 22 Suppl.) den Kern »Nucleus ventralis posterior nervi oculomotorii« und halten den Nucleus substantiae griseae supratrochlearis (s. weiter unten) für den eigentlichen Trochleariskern. In einer späteren Mitteilung kann Siemerling dies nicht mehr aufrechterhalten und schließt sich der Anschauung von Schütz (vgl. S. 51) an.

Kausch (Neurol. Zentralbl. 1894) tritt der Anschauung von Westphal und Siemerling entgegen und stimmt der Ansicht von Stilling und Forel zu.

Tsuchida (a. a. O.) meint, daß der frontale Teil des Kernes etwas kleinere Zellen enthalte; die Länge des Kernes soll 2 mm betragen. Die Kernsäule soll oft eine Unterbrechung erfahren. Tsuchida unterscheidet im Trochlearis- wie im Oculomotoriuskern drei Zellarten: 1. die ganz großen Zellen; sie sind im IV. Kerne selten; 2. die mittelgroßen Zellen; sie sind sehr zahlreich; 3. die kleinsten Zellen, von denen nur wenige Exemplare vorhanden sind.

In den Lehrbüchern sind die Angaben über den Übergang zwischen Trochlearis- und Oculomotoriuskern wechselnd. Edinger (a. a. O.) sagt: Jeder laterale Kern des Oculomotorius nimmt am kaudalen Ende noch etwas an Volumen zu, und diesem Teile entstammen die Fasern des N. trochlearis. Bernheimer (Graefe-Saemisch, Handb. d. Augenheilk., 2. Aufl.) ist der Ansicht, daß die zellarme Zone der Autoren zwischen III. und IV. Kern schon Ursprungszellen des Trochlearis enthält. Auch Perlia (Arch. f. Ophthalm. Bd. 35) läßt den Oculomotoriuskern direkt in den Trochleariskern übergehen.

Nucleus N. oculomotorii.

Der Oculomotoriuskern bildet die Fortsetzung des Trochleariskerns; er liegt zunächst als ein etwas platt halbmondförmiges Areal direkt auf dem seitlichen Flügel des hinteren Längsbündels. Außerdem treten sehr bald einzelne Zellen durch das Längsbündel hindurch und lagern in kleinen Inseln ventral von ihm (n oc Fig. 25). Man kann sonach hier in der kaudalen Gegend eine dorsale, kompakte größere Abteilung von einer ventralen kleinen, mehr lockeren unterscheiden. Im weiteren Verlauf lockert sich öfters auch die dorsale Abteilung bald ein wenig mehr auf, bald schließt sie sich wieder fester zusammen. Ist sie aufgelockert, so kann es auch in der Weise geschehen, daß sie in 2—3 Untergruppen zerfällt, die schräg nebeneinander gelagert sind. Eine Strecke lang halten sich von solchen Untergruppen drei ziemlich konstant, wobei die ventralste dünn und lang ausgezogen ist. Liegen diese drei Untergruppen wieder fester zusammen, so hat die ganze dorsale Abteilung eine keulenförmige Gestalt. Hin und wieder liegen auch vereinzelte Zellen in der Medianlinie, aber das ist in dieser Gegend ganz inkonstant.

In der Gegend, in welcher der dorsale Abschnitt des Nucleus sympathicus N. oculomotorii (s. weiter unten) schon eine Strecke sichtbar geworden ist, tritt nun in der Medianlinie zwischen beiden ventralen Spitzen der Oculomotoriuskerne scheinbar eine selbständige kleine schmale Gruppe auf, die sich von hier an ziemlich konstant bis nach vorn hält. Sie ist aber nur scheinbar selbständig, denn auf Serienschnitten sieht man, wie von der ventralen Spitze des lateralen Hauptkerns beiderseits Zellen in

der Medianlinie aufsteigen und sich zu einer medianen Gruppe vereinigen (Fig. 26).

In der vorderen Region sind an der dorsalen Abteilung zumeist zwei Untergruppen, eine dorsale und eine ventrale, zu unterscheiden. Dazu kommt die mediane, die nach ventral zu ⊥-artig ausläuft. Noch weiter nach vorn wird die Hauptabteilung wesentlich kleiner und lockert sich mehr oder weniger auf, während die mediane Gruppe sich wie vorher verhält, ev. sogar noch etwas voluminöser wird. Zwischen beiden Abteilungen, d. h. der verkleinerten Hauptabteilung und der medianen Gruppe zieht sich jederseits der Nucleus sympathicus N. oculomotorii nach ventral herab. Die oralsten Zellen des Oculomotoriuskerns lagern noch im mittleren Niveau der hinteren Kommissur. Auch die Zellen des Trochlearis- und Oculomotoriuskerns sind etwas kleiner als die gewöhnlichen motorischen Zellen und haben etwas zartere Struktur.

Literatur. Auch hier ist Stilling der erste, welcher den Kern des Oculomotorius erkannt hat. Die folgenden Autoren wie Henle, Schwalbe, Forel und andere geben ziemlich eingehende Beschreibungen des Kerns. Eine spezielle Studie widmet ihm Perlia (Arch. f. Ophthalm. Bd. XXXV). Er teilt den III. Kern zunächst in eine größere hintere oder Hauptgruppe und eine kleine Vordergruppe. An der ersteren unterscheidet er einen hinteren ventralen und hinteren dorsalen, einen vorderen ventralen und einen vorderen dorsalen Kern; mitten zwischen ihnen liegt der Zentralkern. Dieser Zentralkern geht mit seinem kaudalen Ende in die hinteren Lateralkerne, während er sich vorn isoliert hält. Die Vordergruppe besteht aus zwei Kernpaaren, dem lateralen vorderen Kerne und dem medianen vorderen Doppelkerne. Der Nucleus lateralis anterior entspricht dem Kern von Darkschewitsch; den Nucleus medianus anterior zeichnet Perlia mit kleineren Zellen, so daß es sich wohl um die sympathischen Kerne handelt. Auf diese zentrale Gruppe hat wohl zuerst Edinger (Arch. f. Psych. Bd. XVI, 1885) aufmerksam gemacht; er nennt ihn »medialer Kern«.

Koelliker (a. a. O.) macht besonders auf die Zellen aufmerksam, welche das hintere Längsbündel durchqueren und sich ventral von ihm lagern.

Bechterew (a. a. O.) nimmt vier verschiedene Kerne des Oculomotorius an, und zwar zwei größere (einen paarigen und einen unpaarigen) und zwei kleinere (accessorische, paarige). Zu den ersteren gehört vor allem der Hauptkern, der sich in der Medianlinie mit dem der anderen Seite berührt und ventral in ihn übergeht. Bechterew unterscheidet ferner den Zentralkern. Dorsal bzw. dorso-lateral vom Hauptkern, mit diesem teilweise noch zusammenhängend, hat ein kleines paariges Kerngebilde seine Lage. Vor dem Zentralkern findet sich im vorderen Abschnitt noch ein kleiner rundlicher Kern; letzteren und den dorso-lateralen hält B. für akzessorische.

Bernheimer (a. a. O.) hält die vielfach beschriebene Gliederung des Hauptkerns in anatomisch nachweisbare Teilkerne für irrtümlich; den Zentralkern von Perlia bezeichnet er als unpaarigen großzelligen Mediankern. Wilbrand und Sänger (Neurologie des Auges Bd. I, S. 113) äußern dieselbe Ansicht wie Bernheimer.

Van Gehuchten (a. a. O.) unterscheidet beim Menschen auch nur einen Hauptkern und einen medianen Kern.

Im Niveau des Kerns von Darkschewitsch, aber mehr ventral beschreiben Perlia (a. a. O.), Cassirer und Schiff (Arb. a. d. Instit. f. Anat. u. Physiol. des Zentralnervensystems, Wien 1896), Siemerling und Boedeker (Arch. f. Psych. Bd. 29) noch eine Zellansammlung als Nucleus medianus anterior oder paariger Mediankern (wahrscheinlich identisch mit dem vorderen accessorischen Kern von Bechterew).

Tsuchida (a. a. O.) unterscheidet am Oculomotoriuskern drei Abteilungen, eine dorsale (Hauptkern), eine ventrale und eine zentrale (Kern von Perlia). Ungefähr die gleichen Abteilungen unterscheidet auch Obersteiner (a. a. O.).

Nucleus sympathicus N. oculomotorii.

Der sympathische Kern des Oculomotorius (Edinger-Westphalscher Kern) umgibt schalenartig den motorischen von innen; er ist bilateral symmetrisch. Der sympathische Kern beginnt weiter oral als der motorische. Er wird zunächst in seiner dorsalen Abteilung getroffen. Diese präsentiert sich gewöhnlich in zwei Gruppen, welche den dorsalen Teil des Oculomotoriuskerns von oben und innen umlagern; sie können aber in eine größere Gruppe zusammenfließen, eventuell aber auch in noch mehr als zwei Gruppen zerfallen; das wechselt auf verschiedenen Schnitten. Von den genannten beiden Gruppen biegt die am meisten dorso-lateral gelegene um die Spitze des Oculomotoriuskerns etwas herum und stößt dabei mit einer Zellgruppe zusammen, aus der sich oralwärts der Nucleus commissurae posterioris entwickelt. Die ventro-mediale der beiden sympathischen Gruppen wird nach vorn zu allmählich stärker und senkt sich immer mehr nach ventral, und nahe am oralen Ende des Oculomotoriuskerns passiert sie gleichsam als ganz schmale, senkrecht stehende Kernsäule den Engpaß, welcher zwischen der Mediangruppe und der ventralen Spitze der Hauptabteilung des Oculomotoriuskerns besteht (n sy oc Fig. 26). Hier bleibt sie eine Strecke weit liegen. In dieser Gegend des Hirnstamms trifft man nun abwechselnd Schnitte, in welchen entweder eine ziemlich große Distanz zwischen der dorsalen und der ventralen Gruppe des sympathischen Kernes besteht, oder wo diese Distanz mehr oder weniger von gleichen Zellen ausgefüllt ist, so daß hier die schalenförmige Konfiguration des sympathischen Kernes besonders deutlich in die Erscheinung tritt. Jedenfalls hat hier in der oralsten Gegend des Oculomotoriuskerns der sympathische Kern seine beste Ausbildung. In der Gegend, in welcher nur noch wenige Zellen des III. Kernes vorhanden sind, bildet der sympathische Kern jederseits neben

der Medianlinie einen lang ausgezogenen, schmalen, kommaförmigen Strang; beide Stränge divergieren etwas nach dorsal, während sie nach ventral ziemlich parallel laufen. Ungefähr in dieser kommaförmigen Gestalt, an der gleichen Stelle bleibend, setzt sich nach Verschwinden des Oculomotoriuskerns der sympathische Kern fort (Fig. 27); dann verkleinert er sich nach und nach. Er ist etwa bis zum Niveau des vorderen Abschnittes des Ganglion habenulae zu verfolgen. Die Zellen des Kernes gleichen den sympathischen des Zentralnervensystems.

Literatur. Edinger (Arch. f. Psych. Bd. XVI, 1885) hat auf diese Zellgruppe zuerst aufmerksam gemacht. Westphal (Arch. f. Psych. Bd. XVIII) fand in einem Falle von Ophthalmoplegia externa diese Gruppe unversehrt, weshalb er sie als Zentrum der glatten Augenmuskeln anspricht.

Eine eingehende Beschreibung fanden diese Gruppen dann von Perlia, Koelliker, Cassirer und Schiff, Bach und Tsuchida (a. a. O.). Letzterer schildert den Kern fast so, wie es vorher von mir geschehen ist.

Bernheimer (a. a. O.) glaubt, daß die dorso-laterale Abteilung von der ventralen zu trennen sei, einmal, weil aus ihr keine Oculomotoriusfasern wie aus der medio-ventralen entspringen sollen, und zweitens, weil sie nicht konstant wäre.

Über das Vorkommen dieses Kernes bei Säugetieren sind die Angaben der Autoren sehr widersprechend (s. die Arbeit von Panegrossi, Monatsschr. f. Psych. Bd. XVI). Hier dürften gründliche Untersuchungen mit der Nißlschen Methode wohl erst richtige Aufklärungen geben.

Nucleus supratrochlearis Substantiae griseae.

Dieser Kern hat vorstehenden Namen erhalten, weil er zum überwiegenden Teil in der grauen Bodensubstanz über dem Trochleariskern liegt (n s tro Fig. 24). Er beginnt kaudal, kurz vor dem spinalen Anfang des Trochleariskerns und erreicht sein Ende etwas oral von ihm. Er stellt eine außerordentlich große Zellansammlung dar. Er ist kaudal zunächst mehr in der dorso-lateralen Region über dem seitlichen Flügel des hinteren Längsbündels ausgeprägt (Fig. 23), nimmt aber schnell an Umfang zu, so daß er bald die ganze graue Bodenmasse zwischen Aquaeductus und Längsbündel ausfüllt. In der Medianlinie verschmelzen die Zellen beider Seiten und schicken hier noch einen schmalen Fortsatz zwischen die beiden Längsbündel ziemlich weit ventral abwärts. Ist dies der Fall, dann hat der Kern eine pilzartige Gestalt. Die Zellen liegen direkt über dem Längsbündel besonders dicht, während sie sich nach dem Aquaeductus zu etwas auflockern. Die Zellen des Kernes sind mittelgroß, von rundlicher, birn- oder

spindelförmiger Gestalt, auch vielfach polygonal mit abgestutzten Fortsätzen. Viele kommen in ihrer Größe den Zellen des Trochleariskerns sehr nahe, die Mehrzahl ist aber etwas kleiner; ihre Struktur ist verwaschen.

Literatur. Dieser Kern wurde irrtümlich von Westphal und Siemerling (a. a. O.) und von Boettiger (Arch. f. Psych. Bd. 21) als Trochleariskern angegeben. Später (Arch. f. Psych. Bd. 22) kommt Siemerling von dieser Annahme zurück und schließt sich der Annahme von Schütz (ebenda) an, daß der Kern in Beziehung zum zentralen Höhlengrau steht. W. Kausch (a. a. O.) hält den Kern nicht für motorisch, weil er ein faserarmes Grundgewebe hat; K. gibt eine genaue Beschreibung des Kernes. Obersteiner (a. a. O.) unterscheidet in dieser Gegend zwei Kernformationen, und zwar eine mediane Gruppe neben der Raphe, Nucleus dorsalis raphes und eine große laterale Gruppe, Nucleus lateralis aquaeducti. Panegrossi (a. a. O.) schließt sich den Angaben von Kausch bezüglich dieser Zellformation an.

Ob der Nucleus supratrochlearis dem Nucleus dorsalis tegmenti des Kaninchens (Gudden) entspricht, lasse ich dahingestellt.

Nucleus motorius tegmento-peduncularis.

Der Nucleus motorius tegmento-peduncularis besteht aus kleinen Gruppen von motorischen Zellen, welche in der Haube des Hirnschenkels zwischen Medianlinie und Nucleus rotundus subthalamo-peduncularis (roter Haubenkern) lagern (n m tg pe Fig. 24 u. 25). Sie liegen dabei dem eben erwähnten runden Kern dicht an und ziehen sich an seiner medialen konvexen Peripherie von ventral nach dorsal. Gewöhnlich sind es zwei Gruppen; die eine ventrale liegt zwischen dem ventro-medialen Teil des Nucleus rotundus und dem Nucleus pigmentosus subthalamo-peduncularis (Substantia nigra), die andere dorsale liegt zwischen Nucleus rotundus und Oculomotoriuskern; beide Gruppen sind oftmals durch einzelne intermediäre motorische Zellen miteinander verbunden. Jede der beiden Gruppen enthält auf dem Schnitt etwa 4—8 Zellen. Die Zellen gehören mit zu den größten des Hirnstamms. Der Kern ist nur im kaudalen Gebiet des Nucleus rotundus sichtbar.

Nucleus rotundus subthalamo-peduncularis.

Diese beim Menschen als »roter Haubenkern« bekannte Formation beginnt im kaudalen Gebiet des Hirnschenkels; hier bildet sie zunächst ein kleines lockeres Areal, welches dicht über der Konkavität des Nucleus pigmentosus gelegen ist (n r s pe Fig. 24). Dieses Areal vergrößert sich und nimmt nun auf dem Querschnitt eine fast kreisrunde Gestalt an (Fig. 25).

Die Zellen liegen zum Teil dicht in größeren und kleineren Haufen, zum Teil ziemlich locker. Gewöhnlich drängen sie sich am Rande des Kernes etwas dichter zusammen. Der ganze Kern hat ein etwas retikuliertes Aussehen. Es nimmt in seiner besten Ausbildung fast die ganze zentrale Region jeder Hälfte der Haube ein (Fig. 26 u. 27). In dieser Größe erhält er sich nach vorn zu bis zum Niveau der Corpora mammillaria, wobei er sich seitlich ein wenig zuspitzt. Die letzten Zellen des Kernes trifft man auf Frontabschnitten, die durch den vorderen Teil der Corpus mammillare geführt sind. Die Zellen des Nucleus rotundus sind mittelgroß, sie erscheinen dreieckig mit spitzen Fortsätzen.

Literatur. Zuerst beschrieben ist der Kern wohl von Burdach (zit. bei Forel), dann von Stilling und Meynert. Eine besonders eingehende Beschreibung auch in vergleichend anatomischer Hinsicht widmet ihm Forel (a. a. O.); er erkannte deutlich den Unterschied, welchen der Kern bei niederen Säugern (Hund, Maulwurf, Kaninchen) gegenüber demjenigen beim Affen und Menschen aufweist.

Diese Unterschiede sind dann von R. Hatschek in einer besonderen Arbeit (Arb. a. d. Wiener Neurol. Inst. Bd. 15) besonders eingehend geschildert. Man muß nach diesem Autor den Nucleus ruber in zwei Gebilde trennen, in einen phylogenetisch älteren Nucleus ruber magnicellulatus und einen phylogenetisch jüngeren Nucleus ruber parvicellulatus. Der erstere ist beim Menschen nur als ein bisher überhaupt nicht in den menschlichen Nucleus ruber einbezogenes Rudiment vorhanden; bei den niederen Säugetieren ist er dagegen sehr stark entwickelt und bildet den größten Teil des sogenannten Nucleus ruber. Umgekehrt macht der Nucleus ruber parvicellulatus den ganzen sogenannten Nucleus ruber des Menschen aus, während er bei den niederen Säugetieren im Verhältnis dazu gering ausgesprochen und keineswegs scharf umschrieben ist.

Kohnstamm (a. a. O.) und Mahaim (zit. bei Koelliker) unterscheiden beim Kaninchen einen kaudalen Abschnitt, der aus großen Zellen besteht, von einem frontalen, der mittelgroße und kleine Zellen hat.

Nucleus interpeduncularis.

In der kraterartigen Vertiefung, welche der dorsale Rand der beiderseitigen Brückenkerne am Übergang zwischen Pons und Pedunculus bildet, liegt graue Substanz, die neben außerordentlich vielen Gliazellen auch reichlich kleine, etwas blaß gefärbte Nervenzellen und vereinzelte ausgesprengte Brückenzellen enthält. Die kleinen blassen Zellen bilden den typischen Bestandteil dieser Formation, sie sind gewöhnlich von dreieckiger, schmal spindelförmiger Gestalt und liegen oft bilateral symmetrisch angeordnet. Die Formation bildet im kaudalen Gebiet noch kein scharf umschriebenes Areal, sondern sprüht jederseits flügelartig in die

Zone aus, welche zwischen den ventralsten Bindearmkreuzungsfasern und Brückenkern gelegen ist (n i pe Fig. 22). Mit dem Auftreten des Foramen coecum grenzt sich die Formation etwas schärfer ab und umgibt dasselbe am ganzen dorsalen Rande (Fig. 23 u. 24). Sie wölbt sich nicht (wie bei niederen Säugetieren) hügelartig in der Fossa interpeduncularis heraus. Mit der Erweiterung des Foramen coecum nimmt die Formation an Umfang ab und verschwindet bald ganz.

Literatur. Das Ganglion interpedunculare ist zuerst von Gudden (Gesammelte Abhandlungen) beim Kaninchen beschrieben worden, ebenso von Forel (a. a. O.). Beim Menschen wurde ein solches Ganglion gemeinhin vermißt; so sagt Koelliker direkt (a. a. O. S. 488): Der Mensch besitzt kein Ganglion interpedunculare. Bechterew meint, daß es beim Menschen nur angedeutet sei. Obersteiner erwähnt, daß beim Menschen die entsprechenden Zellen knapp vor dem Beginn der Brücke im basalsten Teil der Haubenregion neben der Mittellinie mehr diffus verteilt liegen. Eine anschauliche Abbildung des Nucleus interpeduncularis gibt Edw. Flatau in seinem Atlas auf Taf. XIV; ebenso Marburg (a. a. O.).

Nucleus pigmentosus subthalamo-peduncularis.

Der Nucleus pigmentosus subthalamo-peduncularis (Substantia nigra Soemmeringii) beginnt am Übergang zwischen Pons und Hirnschenkel mit einem kleinen Haufen von Pigmentzellen an der latero-dorsalen Ecke des Brückenkerns und mit einzelnen lockeren Pigmentzellen ventral von der Bindearmkreuzung (n pi s pe Fig. 22). Allmählich zieht sich der Kern in einer strichförmigen dicken Zone bis zum inneren Rande des Hirnschenkelfußes hin. Er bildet dann eine halbringförmige Figur zwischen Hauben- und Fußteil des Pedunculus und ist mit der Konkavität der Haube zu gerichtet (Fig. 23—27). Der Kern besteht aus vielen kleinen dichten Haufen, die locker und maschenartig verbunden sind. Lockere Zellen sprühen von seiner kompakten Zone nach allen Richtungen aus, besonders aber nach der Haubenregion.

Nucleus pigmentosus dissipatus tegmento-peduncularis.

Dieses Aussprühen geschieht in kaudaleren Ebenen teils nach der Medianlinie, teils seitlich vom kreuzenden Bindearm (Fig. 23 u. 24). Nach Auftreten des Nucleus rotundus liegen viel lockere Pigmentzellen oder ganz kleine Gruppen derselben zwischen ihm und der kompakten Zone des Kernes einerseits und zweitens zwischen ihm und der Medianlinie (Fig. 25 u. 26). Man findet solche Pigmentzellen oder ganz kleine Gruppen auch noch weit dorsal in der schmalen Fahrstraße, die zwischen Oculomotorius-

kern, Kern der hinteren Kommissur und Nucleus rotundus liegt. Hier kommen diese Pigmentzellen den oralsten des Nucleus pigmentosus pontis recht nahe (Fig. 25). Ob beide Pigmentkerne hier tatsächlich in Verbindung stehen, läßt sich nicht ganz sicher entscheiden. Die nach der Medianlinie aussprühenden Pigmentzellen können sich in letzterer stellenweise auch in ziemlich starker Zahl ansammeln, so daß sie dem sich hier entwickelnden Nucleus medianus tegmento-peduncularis (s. weiter unten) einen teilweise pigmentösen Charakter verleihen (Fig. 27). Weiter nach oral zu nimmt der Kern, besonders zunächst die kompakte strichförmige Zone zwischen Fuß und Haube, an Länge ab, und zwar geschieht die Verkürzung fortschreitend von lateral nach medial; die oralsten Pigmentzellen des Kernes trifft man in einem Niveau, in welchem die Corpora mammillaria mit der Regio subthalamica auf dem Querschnitt vereinigt erscheinen.

Die eben geschilderte Kernformation enthält Zellen, die, wie die Zellen des Nucleus pigmentosus pontis, durch den Gehalt an braunem Pigment charakterisiert sind. Dies Pigment erfüllt die Zellen in verschieden starkem Maße. Es gibt auch eine Anzahl von Zellen, in denen gar kein Pigment zu erkennen ist. Die Zellen des Kernes kommen zumeist den motorischen Zellen von mittlerer Größe sehr nahe, nur diejenigen an der Medianlinie sind zumeist kleiner; sie sind polygonal, und was besonders hervorgehoben zu werden verdient, sie zeigen vielfach eine Struktur, die derjenigen der motorischen Zellen zum mindesten sehr ähnlich ist. Es ist nach dieser Struktur nicht unwahrscheinlich, daß der Kern motorische Funktionen erfüllt.

Literatur. Die nach ihrem Entdecker Soemmering von Henle als Substantia nigra Soemmeringii benannte Kernformation wird in ihrer Ausdehnung von den Autoren ziemlich gleichmäßig geschildert. Forel (a. a. O.) läßt sie vom Pons bis zu den Corpora mammillaria sich ausdehnen; er erwähnt auch die große Verbreitung einzelner Pigmentzellen in die Umgebung, die Zellen seien etwas kleiner als diejenigen der Substantia ferruginea.

Das Pigment der Zellen dieses Kerns und der Substantia ferruginea bildet sich nach Untersuchungen von Piltz (Arb. a. d. Wiener Neurol. Inst. 1895) schon sehr früh im ersten und zweiten Lebensjahre. Calligaris (Monatsschr. f. Psych. Bd. XXIV) hält dies Pigment für ein Produkt komplexer chemischer Prozesse, die mit dem Stoffwechsel der Zelle verknüpft sind. Das Pigment sei dem Detritus einer Maschine vergleichbar.

Nucleus corporis bigemini posterioris.

Der Kern des hinteren Zweihügels ist ein einheitlicher Körper. Er hat in voller Ausbildung auf dem Querschnitte bohnenförmige Gestalt (n bi p Fig. 23); die konvexe Fläche ist nach außen gerichtet und von der

Peripherie durch einen schmalen zellfreien Saum getrennt. Auch die innere, leicht konkav gebogene Fläche ist vom Bodengrau durch eine strichförmige Markzone getrennt. Die Zellen im Kern liegen nicht gerade locker, aber auch nicht zu dicht; sie erscheinen zunächst sehr dicht gelagert, aber sie liegen in sehr reichlicher Gliasubstanz, was eine dichtere Lagerung vortäuscht. Die überwiegende Mehrzahl der Zellen ist klein, dreieckig bzw. von polymorpher Gestalt; zwischen letzteren befinden sich auch eine Anzahl von mittelgroßen, polygonalen oder birnförmigen Zellen. Nach der lateralen Peripherie lockert sich der Kern etwas auf, während er nach dem Bodengrau scharf abgeschlossen ist. Nach frontal zu wird der Kern kleiner, lockerer und geht langsam in die Kernformation des Corpus bigeminum anterius über (Fig. 24).

Literaturangaben über den Kern des hinteren Zweihügels erübrigen sich wohl.

Kohnstamm (a. a. O.) beschreibt beim Kaninchen einen motorischen Kern, Nucleus intratrigeminalis, zwischen dem hinteren und vorderen Zweihügel und der grauen Bodenmasse. Beim Menschen sind solche Zellen nur im latero-dorsalen Teil der Formatio reticularis ventral vom hinteren Zweihügel in dessen frontaler Region zu sehen.

Nuclei (striati) corporis bigemini anterioris.

Der Übergang des Kernes des hinteren Zweihügels in die geschichtete Formation des vorderen Zweihügels vollzieht sich folgendermaßen: Während sich der Kern des hinteren Hügels auflockert, der Zellgehalt desselben abnimmt und sich ventral mit einer langen Spitze in den seitlichen Teil der Haubenregion auszieht, bildet sich an seiner lateralen Peripherie dicht am Rande des Schnittes eine schmale Zone von kleinen, dicht gelagerten Zellen, die ihn zunächst wie eine dünne Schale umgeben (Fig. 24). Diese schalenförmige Zone wird nach proximal zu kleiner, in dem sie allmählich von ventro-lateral nach dorso-medial zusammenschrumpft. Ventromedial tauchen dann an der Peripherie die Umrisse des vorderen Zweihügels auf. Inzwischen ist der im Zentrum gelegene hintere Hügel immer kleiner geworden. Zwischen diesem Reste des hinteren Zweihügels und den Zellen der mesencephalen V. Wurzel sammeln sich eine kleine Zahl von polygonalen motorischen Zellen mittlerer Größe, die locker in dem dorso-lateralen Zipfel der Formatio reticularis liegen. Die Zellen vermehren sich dann und bilden eine besondere Schicht des vorderen Zweihügels. Etwas weiter nach oral zu kann man dann ziemlich deutlich drei Schichten am vorderen Zweihügel unterscheiden, eine äußere schmale, eine mittlere

breite und eine innere, wiederum etwas schmälere (Fig. 25). Die beiden inneren laufen zur Medianlinie spitz zu und verbreiten sich nach ventral. Die äußere Schicht enthält kleine Zellen von ziemlich dreieckiger Gestalt. Die mittlere Schicht enthält als Grundstock ähnliche Zellen, aber außerdem einzeln zerstreut größere Zellen von deutlich motorischer Struktur. Diese motorischen Zellen beschränken sich allerdings nicht ganz scharf auf die mittlere Zone, sondern einzelne verlieren sich auch bis an den Rand der grauen Bodenmasse bzw. auch ein wenig auf die äußere Schicht. Die überwiegende Mehrzahl liegt allerdings in der mittleren Schicht, weshalb sie als die motorische bezeichnet werden kann. Die innere Schicht des vorderen Zweihügels, welche neben kleinen Zellen auch solche von mittlerer Größe enthält, geht ohne scharfe Abgrenzung in die laterale Haubenregion über, was allerdings auch in beschränktem Maße von den beiden anderen Schichten gilt. Die Abgrenzung der drei Schichten voneinander wechselt; im kaudalen Gebiete ist die äußere Schicht besser von der mittleren geschieden, als die innere; im oralen Gebiet ist es umgekehrt; hier verschmelzen die innere und mittlere Zone zu einem nach ventral gelegenen breiten Saume, Nucleus tegmento bigeminalis (Fig. 26); ihr Zellgehalt ist wesentlich geringer geworden, und auch die Zahl der motorischen Zellen hat wesentlich abgenommen. Schließlich verschwinden die beiden äußeren Zonen ganz, und nur noch der Rest der inneren lagert mit der angrenzenden Schicht der Formatio reticularis zwischen grauer Bodenmasse und Thalamus.

Literatur. Die Angaben der älteren Autoren können übergangen werden. Forel (a. a. O.) fand eine deutliche Schichtung des vorderen Zweihügels; die äußere spricht er als die optische an, die anderen Schichten gehören mehr der Haube an.

Nach Tartuferis Untersuchungen (zit. bei Schwalbe) bestehen die vorderen Vierhügel bei allen Säugetieren (einschließlich Affe und Mensch) aus folgenden vier Schichten: 1. Stratum zonale; 2. periphere graue Substanz (Stratum cinereum, Cappa cinerea) — in dieser Schicht liegen zahlreiche kleine multipolare Ganglienzellen; 3. Opticusschicht — die graue Substanz der Cappa cinerea setzt sich nach innen zu kontinuierlich fort in die dritte Schicht (Strato bianco-cinereo); 4. Schleifenschicht (Stratum lemnisci, strato-bianco cinereo profondo), sie reicht bis zur grauen Bodenmasse; nach Meynert liegen in dieser Schicht 45 μ lange, spindelförmige Ganglienzellen, aus denen die Radiärfasern entspringen.

Koelliker (a. a. O.) unterscheidet die gleichen Schichten wie Tartuferi. In der dritten (strato bianco-cinero superficiale von T.) fand er zahlreiche größere und große Nervenzellen. In der Mitte hängen Schicht 2 und 3 zusammen. An der 4. Schicht unterscheidet K. drei Unterabteilungen: a) Schleifenschicht, b) eine ansehnliche graue Lage, die an der medialen Seite der medialen Schleife ihre Lage hat, und c) das tiefe Mark. In der

inneren Schicht kommen vorwiegend große multipolare Zellen vor, die, wie Tartuferi mit Recht bemerkt, denen der ventralen Hörner des Rückenmarks gleichen.

Cajal, Bechterew, Obersteiner und andere schließen sich im wesentlichen dieser Einteilung der vorderen Vierhügel an.

Eine sehr schöne Abbildung der Zellschichten des vorderen Zweihügels findet sich auf Taf. XI in Edw. Flataus Atlas.

Nucleus commissurae posterioris.

Der Kern der hinteren Kommissur beginnt im oralen Niveau des Oculomotoriuskerns; er liegt zunächst als ganz kleine Zellgruppe der dorsolateralen Spitze des letzteren dicht an. Dann löst er sich langsam von ihm los und rückt nach seitwärts (n com p Fig. 26 u. 27); dabei vergrößert er sich auch; er zeigt ein lockeres reticuliertes Gefüge und hat keine ganz scharfe Umgrenzung. Von seiner ventralen Seite sprühen Zellen in die schmale Zwischenzone, welche sich zwischen ihm und dem Nucleus rotundus befindet; solche Zellen können auch in dieser Zwischenzone eine kleine Gruppe bilden. Er wird dann weiter nach oral zu allmählich kleiner und verliert sich an der Grenze, wo die vorderen Vierhügel in die Thalamusregion übergehen. Die Zellen des Kernes sind mittelgroß, spitz dreieckig oder stumpf polygonal.

Literatur. Der Kern wurde zuerst von Darkschewitsch (Arch. f. Anat. u. Physiol. 1889, Neurol. Zentralbl. 1885 und 1886) beschrieben und wird seither als »Kern von Darkschewitsch« bezeichnet. Der Autor selbst nannte ihn »oberer Oculomotoriuskern« und brachte ihn teils mit dem Oculomotorius, teils mit der hinteren Kommissur und auch mit dem hinteren Längsbündel in Beziehung.

Edinger (Arch. f. Psych. Bd. 16) scheint den Kern zur selben Zeit wie Darkschewitsch bemerkt zu haben. Perlia (a. a. O.) bezeichnet den Kern als lateralen vorderen Oculomotoriuskern.

Koelliker (a. a. O.) ist wohl der erste, welcher Beziehungen dieses Kernes zum Oculomotorius in Abrede stellt; aus ihm entspringe vielmehr ein bedeutender Teil der Fasern der distalen Kommissur. Er nennt ihn »tiefen Kern der Commissura distalis«. Obersteiner meint, daß der Kern, außer mit der hinteren Kommissur, mit dem hinteren Längsbündel in Beziehung stehe. Edinger (a. a. O.) bestätigt die Angaben Koellikers vorläufig nur für die Reptilien, für die Säuger wäre es noch nicht ganz sicher; er bezeichnet den Kern als »Nucleus commissurae posterioris«. Tsuchida (a. a. O.) sagt, daß der Kern von Darkschewitsch sich nicht sehr scharf von der Umgebung abgrenzt. Einzelne Elemente des Kernes seien so groß wie Zellen des Oculomotoriuskerns.

Formatio reticularis pedunculi.

Das Zellbild der Formatio reticularis im Niveau der Bindearmkreuzung ist folgendes: Die zentrale Partie der Haubenregion, welche weiter kaudal von Zellen eingenommen war (Fig. 21), wird nunmehr von den kreuzenden

bzw. schon gekreuzten Bündeln des vorderen Kleinhirnschenkels besetzt. Der Rest der vorher dort liegenden Reticulariszellen kommt dadurch dicht ventral und lateral von dieser Kreuzung zu liegen (Fig. 22). Diese lateral gedrängten Zellen ballen sich stärker zusammen, und zwar im dorso-lateralen Teil so stark, daß sie als ein besonderer Kern imponieren, den ich als Nucleus tegmenti pedunculo-pontinus bezeichne (n t pe p Fig. 22). Der Kern ist schmal und langgestreckt und lockert sich nach ventral auf. Er enthält mittelgroße, spitz dreieckige oder länglich abgestumpfte Zellen. Die Zellen erscheinen in diesem Haufen ein wenig größer als die Mehrzahl der anderen Reticulariszellen. Der Kern ist in der Längsachse des Hirnstamms nur von kurzem Verlauf, schon in der Gegend des hinteren Zweihügels schwindet er (Fig. 23). Die übrigen Reticulariszellen umgeben das ganze Bindearmkreuzungsareal dorsal, lateral und ventral, vornehmlich lateral. Die Zellen sind hier mittelgroß, dunkel gefärbt und locker gelagert. Außerdem befindet sich noch lateral davon, direkt ventral vom kaudalen Abschnitt des hinteren Zweihügels, eine mehr gleichmäßig (nicht reticuliert) aussehende Zone, in welcher außerordentlich viel kleine Zellen liegen. Im Gegensatz dazu hat die seitlichste Randzone der Haubenregion, in welcher die Schleifenbündel lagern, wieder ein etwas reticuliertes Gefüge, und in den Maschen lagern recht viele ganz kleine, kommaförmige Zellen (n fr p′ Fig. 22). Diese Zellen können sich auch zu kleineren oder größeren Gruppen zusammenlagern, indessen ist das fast in jedem Schnitte wechselnd. Auch diese Zellen bzw. Gruppen werden wahrscheinlich als Kerne der lateralen Schleife (bzw. oberer Kern der lateralen Schleife von Cajal) oder als Corpus parabigeminum (Bechterew) bezeichnet. Indessen halte ich es für zweifelhaft, ob sie irgendwelche Beziehungen zur lateralen Schleife haben. Es sind eher kleine, seitlich verdrängte und etwas zusammengelagerte Reticulariszellen.

Allmählich wird dann auf den folgenden Schnitten die Zahl der Zellen der Formatio reticularis geringer; es schwinden zunächst diejenigen ventral vom hinteren Längsbündel (Fig. 23); diejenigen ventral von der Bindearmkreuzung werden zum großen Teil vom Nucleus pigmentosus subthalamopeduncularis verdrängt und letzterer sprüht, wie vorher angegeben, auch dorsal in die Reticularisschicht aus, welche seitlich von der Bindearmkreuzung liegt. Diese seitliche Schicht setzt sich nun weiter frontal zu fort; sie liegt dann lateral vom Nucleus rotundus, einzelne Zellen

lagern auch zwischen dem Nucleus rotundus und der grauen Bodenmasse (Fig. 24).

In der vorderen Hirnschenkelgegend wird die dorso-laterale Abteilung der Haubenregion von einem großen Zellareal eingenommen, welches sich verschmälernd in die beiden inneren Schichten der vorderen Zweihügel übergeht, Nucleus tegmento-bigeminalis (Fig. 25). Dieser Kern entspricht wohl dem Ganglion mesencephali laterale (s. Atlas von Marburg). Der Zellcharakter in dieser Kernformation ist auch ungefähr der gleiche wie in den Schichten des vorderen Zweihügels; auch eine nicht ganz kleine Zahl von motorischen Zellen lagern locker in diesem Kern drin, Nucleus motorius tegmento-bigeminalis. Diese Zellen bilden wohl mit den motorischen des Corpus bigeminum anterius eine zusammenhängende Schicht.

Zu erwähnen wäre dann hier noch weiter, daß sich in dieser Gegend eine Kernformation am lateralen Rande des Hirnschenkelfußes zeigt. Sie hat eine hufeisenförmige Gestalt und verdickt sich dreieckig sowohl am latero-dorsalen wie latero-ventralen Winkel; sie liegt zwischen dem Hirnschenkelfuß und dem Corpus geniculatum mediale. Wegen ihrer Lage kann sie als Nucleus peripeduncularis lateralis bezeichnet werden (n p pe l Fig. 25 u. 26). Dieser Nucleus ist von der übrigen Formatio reticularis durch das Areal der medialen Schleife getrennt. Der Kern besteht aus ganz kleinen, ziemlich dicht gelagerten Zellen; er bleibt eine Strecke lang in der geschilderten Form bestehen, dann splittert er sich in kleinere Abteilungen auf.

Der Rest der Formatio reticularis, welcher dorsal vom Nucleus rotundus subthalamo peduncularis gelegen ist, enthält vereinzelte kleine motorische Zellen und verschmilzt mit dem Rest der grauen Substanz des vorderen Zweihügels zu einem kaum trennbaren Areal (Fig. 26 u. 27).

Literatur. Daß Kohnstamm die Formatio reticularis nur bis zur Vierhügelgegend reichend annimmt, ist schon erwähnt worden.

Koelliker (a. a. O. S. 393) erwähnt einen kleinen, rundlich-länglichen Kern (Fig. 559 n') zwischen dem Lemniscus lateralis und Bindearm, der ungefähr an der gleichen Stelle liegt wie der von mir erwähnte Nucleus tegmenti pedunculo-pontinus.

Bechterew (a. a. O.) bezeichnet die Ansammlung von Zellen in der Gegend der vorderen Vierhügel zwischen Schleife und rotem Kern als Nucleus innominatus.

Der Nucleus peripeduncularis findet sich in Flataus Atlas Taf. XV abgebildet, aber nicht benannt.

Nucleus medianus tegmento-peduncularis.

Schon während der Bindearmkreuzung liegen in der Medianlinie des Querschnitts zwischen den sich kreuzenden Bündeln vereinzelte mittelgroße Zellen, die wie herunterfallende Tropfen aussehen. Sie gehören wahrscheinlich noch zum medialen Fortsatz des Brückenkerns als dessen letzte Ausläufer. Nach Vollendung der Bindearmkreuzung vermehren sich die Zellen in der Medianlinie, zeigen kleinere Gestalt und sind mit zahlreichen Pigmentzellen des Nucleus pigmentosus subthalamo-peduncularis vermischt (Fig. 25). Sie bilden mit diesen Pigmentzellen weiter oral eine dreieckige Formation, deren Spitze dem Oculomotoriuskern, deren Basis der Fossa interpeduncularis zugekehrt ist (n md tg pe Fig. 27). Der Kern verschwindet am Übergang in den Thalamus.

Literatur. Der eben beschriebene Kern entspricht wohl dem von Bechterew (a. a. O.) erwähnten Ganglion mediale mesencephali. Er sagt: In der Ebene des proximalen Teiles der vorderen Vierhügel liegt, an den ventro-medialen Abschnitt des roten Haubenkerns anstoßend, das kleine, aus pigmentierten, ziemlich ansehnlichen dreieckigen Zellen aufgebaute Ganglion mediale mesencephali.

Griseum ventriculare.

Das Griseum ventriculare, welches im Rückenmark kleine, ziemlich locker liegende Zellen in der Region der grauen Kommissur enthielt, wird in der Medulla oblongata und im Pons, also fast in der ganzen Ausdehnung des IV. Ventrikels von distinkten Kernen eingenommen, die im vorstehenden beschrieben worden sind. Inwiefern einzelne dieser Kerne wirklich selbständige Zentren sind, oder nur durch Einkreisung von anderen Kernen oder durch Abspaltungen von Fasermassen gebildet sind, läßt sich vorläufig nicht mit Sicherheit bestimmen.

Im frontalen Gebiete des Pons hat sich die am Ventrikel gelegene graue Substanz im Querdurchmesser verschmälert und im senkrechten Durchmesser verbreitert; sie wird dorsal vom Ventrikel, ventral vom hinteren Längsbündel und lateral vom Nucleus pigmentosus pontis abgeschlossen; sie schickt einen schmalen Fortsatz in der Medianlinie nach ventral und ist durch letzteren mit der unter dem Längsbündel gelegenen grauen Substanz verbunden. Die Substantia grisea ventricularis enthält in der Gegend, welche etwas kaudal vom Nucleus supratrochlearis liegt, eine Anzahl kleiner, teils rundlicher, teils spindel- oder keulenförmiger, ev. auch spitz drei-

eckiger Zellen, die locker in diesem Areal zerstreut liegen, und die sich nur gelegentlich am Sulcus longitudinalis ventriculi strichförmig ansammeln.

Im weiteren Verlauf nach oral zu lagert nun der mächtige Nucleus supratrochlearis in der grauen Substanz und nimmt letztere bis auf die dorso-laterale Partie vollständig in Besitz. Diese dorso-laterale Partie schiebt sich nun mehr und mehr zwischen Vierhügel und Ventrikel aufwärts. Das geschieht allmählich bis zur dorsalen Spitze des Aquaeductus Sylvii, wo die graue Substanz sich dann über dem Aquaeductus beiderseits verbindet. Die graue Bodenmasse ist nunmehr ähnlich herzförmig wie am kaudalen Pol des XII. Kernes, nur daß sie erheblich umfangreicher ist und, abgesehen von den Oculomotoriuskernen, ein gleichmäßiges Bild zeigt. Es lassen sich ev. zwei differente Zonen, eine innere und eine äußere, unterscheiden; die innere enthält nur spärliche Zellen, die äußere dagegen eine ungeheure Anzahl, die dicht gedrängt liegen. Diese äußere Zone ist von kleinen, spitz dreieckigen oder ovalen Zellen besetzt und geht allmählich in die innere Zone über. An der Grenze zwischen innerer und äußerer Schicht lagern im ventralen und ventro-lateralen Teil einzelne mittelgroße Zellen von ziemlich spitz dreieckiger Gestalt. Daß auch einzelne Zellen bzw. kleine Gruppen des Kernes der oberen V. Wurzel sich hier einnisten, ist schon erwähnt worden. Mit dem Auftreten der hinteren Kommissur schwindet einmal die dorsale Partie dieser grauen Substanz, als auch verkleinert sich in der gleichen Gegend die ventrale; letztere geht dann in die Bodenmasse des III. Ventrikels über.

Literatur. Bechterew (a. a. O.) erwähnt, daß das zentrale Höhlengrau der Rautengrube, des Aquaeductus und des III. Ventrikels überall mittelgroße und kleine Nervenzellen aufweist. Die Nervenzellen des Höhlengraus häufen sich namentlich in der Gegend der distalen Hälfte des hinteren Vierhügels zu beiden Seiten der Mittellinie, woselbst sie die in sagittaler Richtung ausgezogenen Kerne des Aquaeduktes darstellen.

Nach Erhebungen von W. Pawloff (zit. bei Bechterew) erscheint die zentrale graue Substanz beim Menschen sowohl wie bei Säugetieren auf der Strecke zwischen dem kaudalen Ende des hinteren Vierhügels bis zur Mitte des vorderen Vierhügels deutlich in mehreren Schichten angeordnet. Die erste Schicht besteht aus zylindrischen Epithelzellen; die zweite wird von verschieden gestalteten, zumeist aber ovalen, radiär angeordneten Nervenzellen gebildet; die dritte Schicht, von der Form eines regelmäßigen Ringes, entbehrt der Nervenzellen nahezu vollständig. Die Elemente der vierten Schicht sind dicht beieinander liegende Nervenzellen von vorwiegend ovaler Form mit je 3—4 verästelten Fortsätzen. Die fünfte Schicht ist völlig frei von Zellen; die sechste Schicht endlich besteht aus großen multipolaren Zellen von verschiedener Form. Proximal von der Mitte des vorderen Vierhügels verschwindet die geschilderte regelmäßige Anordnung; hier setzt sich das zentrale Höhlengrau aus großen Mengen von Nervenzellen zusammen, deren Fortsätze in einen dichten Faserfilz eingehen.

Zusammenfassung.

Fasse ich die Ergebnisse dieser Arbeit zusammen, so komme ich zu folgenden Resultaten:

Von den im Hirnstamm liegenden Nervenzellen lassen sich unendlich viel mehr in Gruppen ordnen, als von denen, die in der grauen Substanz des Rückenmarks liegen, und diese Gruppen sind auch im Hirnstamm gegeneinander noch besser abgegrenzt als im Rückenmark. Es entspricht das ganz dem Umstand, daß die motorischen, sensiblen und sympathischen Endapparate am Kopfe eine schärfere Abgrenzung haben, als am übrigen Körper. Dazu kommen dann noch die isoliert liegenden Sinnesapparate am Kopfe, deren Zentren dem entsprechend durch isoliert liegende, scharf umgrenzte Nervenzellenkerne repräsentiert werden. Und schließlich treten im Hirnstamm viele ihm eigene, große und kleine charakteristische Nervenzellenkerne auf, deren Natur nur zum Teil aufgeklärt ist, wie z. B. die mit dem Kleinhirn in Verbindung stehenden Kerne, zum anderen Teil aber noch ganz unbekannt ist. Letztere kann der Anatom vorläufig nur ihrer Gestalt und Lage nach feststellen, um ihre funktionelle Bedeutung von der weiteren experimentellen und klinisch-pathologischen Forschung zu erhoffen. Daß für letztere ein normaler anatomischer Grundplan, der hier gegeben wurde, von unschätzbarer Bedeutung ist, wird wohl von niemandem bezweifelt werden. Auch in demjenigen Abschnitt des Hirnstamms, welcher der zwischen Vorder- und Hinterhorn des Rückenmarks gelegenen Mittelzone entspricht, der sogenannten Formatio reticularis, heben sich zahlreiche Areale ziemlich scharf heraus, und wenn sie auch nicht jene Abgeschlossenheit haben, wie z. B. die Muskelkerne, so zeigen manche doch eine gewisse lokale Begrenzung und können dementsprechend gleichfalls als besondere Zentren lokalisiert werden.

Nachdem uns die Physiologie und Pathologie die Bedeutung vieler Nervenkerne erschlossen hat, ist nunmehr die rein anatomische Untersuchung nicht nur ein Mittel, um eine neue Zellgruppe an dieser oder jener Stelle des Zentralnervensystems zu konstatieren, sondern sie ist auch imstande, über die Bedeutung dieser Zellgruppe uns schon einen gewissen Aufschluß zu geben, wenn auch freilich zugestanden werden muß, daß sich dieser Aufschluß vorläufig nur auf die Alternative beschränkt, ob wir es bei einer vorliegenden Zelle oder Zellgruppe mit einer motorischen oder

sensiblen zu tun haben. Die Struktur dieser beiden Zellarten ist bei der Untersuchung mit dem Nißlschen Verfahren eine so grundverschiedene, daß die Unterscheidung fast ausnahmslos getroffen werden kann.

Allgemein läßt sich aus der Struktur des Zellprotoplasmas das Grundgesetz ableiten, daß, je mehr sich der Nervenstrom von der sensiblen Anfangsstation des Zentralnervensystems der motorischen Endstation desselben nähert, um so mehr sich die Struktur des Protoplasmas der zu passierenden Nervenzellen aus einer feinkörnigen in eine grobschollige verwandelt.

Bei den sympathischen Zellen ist diese Sicherheit der Entscheidung leider noch nicht vorhanden. Wenn auch einzelne charakteristische Merkmale der sympathischen Gruppen, wie Form und Größe der Zellen, besonders dichte Lagerung derselben usw., für das Rückenmark ausreichten, um sie hier ziemlich gut herauszufinden, so genügen diese Merkmale für den Hirnstamm nicht ganz, da sich recht viele Zellgruppen ähnlicher Art hier finden, von welchen eine sichere Entscheidung, ob sie sympathisch oder sensibel sind, nicht zu geben ist. Nur so viel kann von den motorisch-sympathischen Gruppen gesagt werden, daß sie in ihrer Struktur eine gewisse Verwandtschaft mit den motorisch-somatischen Zellgruppen haben. Die Schwierigkeit bezieht sich also mehr auf die Unterscheidung der sensibel-somatischen von den sensibel-sympathischen, falls es letztere überhaupt gibt, was ja von vielen Autoren bezweifelt wird. Indessen sind über diesen Punkt die Akten keineswegs geschlossen.

Die Pigmentkerne offenbaren sich wegen ihres Gehaltes an braunem Pigment, das sie schon im frühesten Lebensalter enthalten, als besonders funktionierende Elemente. Über ihre spezielle Funktion wissen wir aber noch nichts. Der Nucleus pigmentosus subthalamo-peduncularis (Substantia nigra) hat außerordentlich viel Zellen, die in ihrer Struktur den motorischen sehr ähnlich sind, der Nucleus pigmentosus pontis (Substantia ferruginea) wieder zumeist solche von sensiblem Charakter; vom Nucleus pigmentosus vagi bleibt es zweifelhaft, ob er zu sympathischen Vagusfasern oder zu speziell sensiblen (bzw. sensorischen) Vagus-Glossopharyngeusfasern in Beziehung steht.

Auf Grund der soeben angegebenen Kriterien teile ich die Zellgruppen des menschlichen Hirnstamms, soweit ich sie isolieren konnte, folgendermaßen ein:

A. Motorische Gruppen (Endneurone).

a. Neben der Medianlinie und dorsal liegende Gruppen.

1. Nuclei supraspinales.
2. Nucleus N. hypoglossi.
3. Nucleus N. abducentis.
4. Nucleus N. trochlearis.
5. Nucleus N. oculomotorii.

b. In der seitlichen Haubenregion und ventral liegende Gruppen.

1. Nucleus motorius N. vagi[1].
2. Nucleus retrofacialis.
3. Nucleus N. facialis et Nucleus accessorius N. facialis.
4. Nucleus motorius retrotrigeminalis.
5. Nucleus motorius N. trigemini.

B. Motorische Gruppen (übergeordnete Neurone).

1. Nucleus motorius dissipatus formationis reticularis medullae oblongatae.
2. Nucleus motorius dissipatus formationis reticularis pontis.
3. Nucleus motorius dissipatus formationis reticularis pedunculi.
4. Nucleus motorius vestibularis (Deitersscher Kern).
5. Nucleus motorius (tecti) cerebellaris.
6. Nucleus motorius tegmento-peduncularis (Nucleus ruber motorius).
7. Nucleus motorius corporis bigemini anterioris et Nucleus motorius tegmento-bigeminalis[2].

C. Motorisch-sympathische Gruppen.

1. Nucleus sympathicus N. vagi.
2. Nucleus sympathicus N. oculomotorii.
3. Nucleus motorius radicis mesencephalici V[3].

---

[1] Der Nucleus N. accessorii ist hier nicht mitgezählt, da er Rückenmarkkern ist.

[2] Die motorischen Zellen der vorderen Zweihügel- und der ventral angrenzenden Haubenregion gehören wohl zusammen.

[3] Man findet unter den eigenartigen Zellen dieses Kernes einzelne, die in ihrem Protoplasma dicht gedrängt liegende grobe Schollen enthalten. Bei der Mehrzahl ist dies allerdings nicht der Fall.

D. Motorische Gruppe von besonderer Funktion.

Nucleus pigmentosus subthalamo-peduncularis.

E. Sensible Gruppen.

1. Nucleus sensibilis principalis N. trigemini (Pars cerebralis nuclei sensibilis proprii).
2. Nucleus (sensibilis) radicis descendentis N. trigemini (Pars cerebralis nuclei sensibilis proprii).
3. Nucleus fasciculi solitarii et alae cinereae.
4. Nucleus funiculi gracilis[1].
5. Nucleus (parvocellularis) funiculi cuneati[1].
6. Nucleus (magnocellularis) funiculi posterioris[2].
7. Kleine (runde oder ovale) Zellen der Formatio reticularis und Raphe.

F. Sensible Pigmentkerne.

1. Nucleus pigmentosus pontis (s. loci coerulei).
   a) Nucleus pigmentosus tegmento-pontinus.
   b) Nucleus pigmentosus tegmento-cerebellaris.
2. Nucleus pigmentosus vagi (s. Medullae oblongatae) (?).

G. Sensorische Gruppen (distale Neurone)[3].

1. Nucleus N. cochlearis.
2. Nuclei N. vestibularis.
3. Nucleus marginalis corporis restiformis[4].
4. Nucleus bulbo-pontinus[4].
5. Nucleus externus corporis bigemini anterioris.

---

[1] Die Kerne der Hinterstränge stehen nicht nur zu den hinteren Wurzeln, sondern auch zum Trigeminus in Beziehung.

[2] Dieser Kern muß seinen besonderen Zellen nach eine spezielle (noch unbekannte) Funktion haben.

[3] »Distal« ist bezüglich des Zentralnervensystems zu verstehen.

[4] Ob diese Kerne zum Cochlearis in Beziehung stehen, ist noch nicht ganz sicher.

H. Sensorische Gruppen (übergeordnete Neurone).

1. Nucleus olivaris superior.
2. Nucleus corporis trapezoideos.
3. Nucleus bigemini posterioris et corporis geniculati medialis[1].
4. Nucleus interpeduncularis.
5. Nucleus commissurae posterioris (?).

I. Zum Kleinhirn in Beziehung stehende Gruppen.

1. Nucleus funiculi lateralis.
2. Nuclei arciformes.
3. Nucleus olivaris inferior.
4. Nucleus parolivaris medio-ventralis.
5. Nucleus parolivaris dorsalis.
6. Nucleus pontis.
   a) Processus tegmentosus medialis nuclei pontis.
   b) Processus tegmentosus lateralis nuclei pontis.
7. Nucleus rotundus subthalamo-peduncularis (Nucleus ruber).

Die mittelgroßen polygonalen Zellen der ganzen Formatio reticularis müssen ihrer Struktur nach Schaltneurone darstellen, die kleinen rundlichen oder ovalen Zellen dieser Formation sind wohl sensibler Natur.

Zweifelhaft ist noch die Bedeutung des Nucleus giganto-cellularis und des Nucleus pallidus raphes. Beide im Verein mit den sehr vielen motorischen Zellen in der Formatio reticularis der vordersten Gegend der Medulla oblongata stellen jedenfalls einen außerordentlich großen und wahrscheinlich auch sehr bedeutungsvollen Zentralapparat dar.

Was die Bedeutung des sogenannten Rollerschen kleinzelligen Kernes betrifft, so bin ich geneigt, ihn zu den sympathischen Kernen zu rechnen. Er zeigt in seiner Art eine auffallende Ähnlichkeit mit denjenigen Gruppen des unteren Sakralmarkes, die nach Verschwinden der motorischen sich am medialen und ventralen Rande des Vorderhorns lagern und den motorischen gleichsam nachrücken. Das Gleiche nehme ich auch von den Nuclei perivagales im Seitenstrang an. Die Nuclei paramedianus dorsalis,

---

[1] Einen speziellen Kern der lateralen Schleife gibt es nicht.

funiculi teretis und intercalatus sind in ihrer Zellart den sympathischen ähnlich, so daß man geneigt ist, sie diesen zuzurechnen. Indessen ist doch zu berücksichtigen, einmal, daß ihre Struktur sehr homogen ist, und zweitens, daß der Nucleus paramedianus bis in das Niveau des sensiblen Hauptkerns des Trigeminus im Pons reicht, wo einzelne Gruppen des letzteren am Ventrikelboden nahe zur Medianlinie sich verlieren. Es wäre also möglich, daß der Trigeminuskern auch an der Medianlinie entlang spinalwärts eine Zellsäule aussendet, in ähnlicher Art, wie er dies lateral tut.

Über die Natur des Nucleus supratrochlearis substantiae griseae, des Nucleus tegmenti pedunculo-pontinus, des Nucleus peripeduncularis lateralis, des Nucleus internus corporis bigemini anterioris et Nucleus tegmento-bigeminalis und der Zellen des Griseum ventriculare vermag ich nichts auszusagen.

Figurenbezeichnungen.

Die Figuren 1 bis 27 auf Taf. I—XII stellen Querschnitte des Hirnstamms vom Beginn der Pyramidenkreuzung bis zum Übergang in die Regio thalamica dar. Die Umrisse der Figuren sind mit dem Edingerschen Zeichenapparat (Firma E. Leitz, Berlin) von den nach dem Nißlschen Verfahren gefärbten Querschnitten angefertigt. Die Vergrößerung der Zeichnung war bei allen eine etwa 12fache. Doch sind die Figuren 5 bis 16 auf $\frac{2}{3}$, die Figuren 17 bis 20 auf $\frac{3}{4}$, die Figuren 21 und 22 auf $\frac{2}{3}$ und die Figuren 23 bis 27 auf $\frac{3}{4}$ verkleinert. In die Umrisse der Zeichnungen wurden die Nervenkerne nach dem mikroskopischen Bilde eingetragen, wobei immer eine Anzahl von fortlaufenden Schnitten zu einer Figur zusammengesetzt worden ist.

Das Zeichen * bedeutet eine motorische, o eine sympathische, ⊙ eine Pigmentzelle.

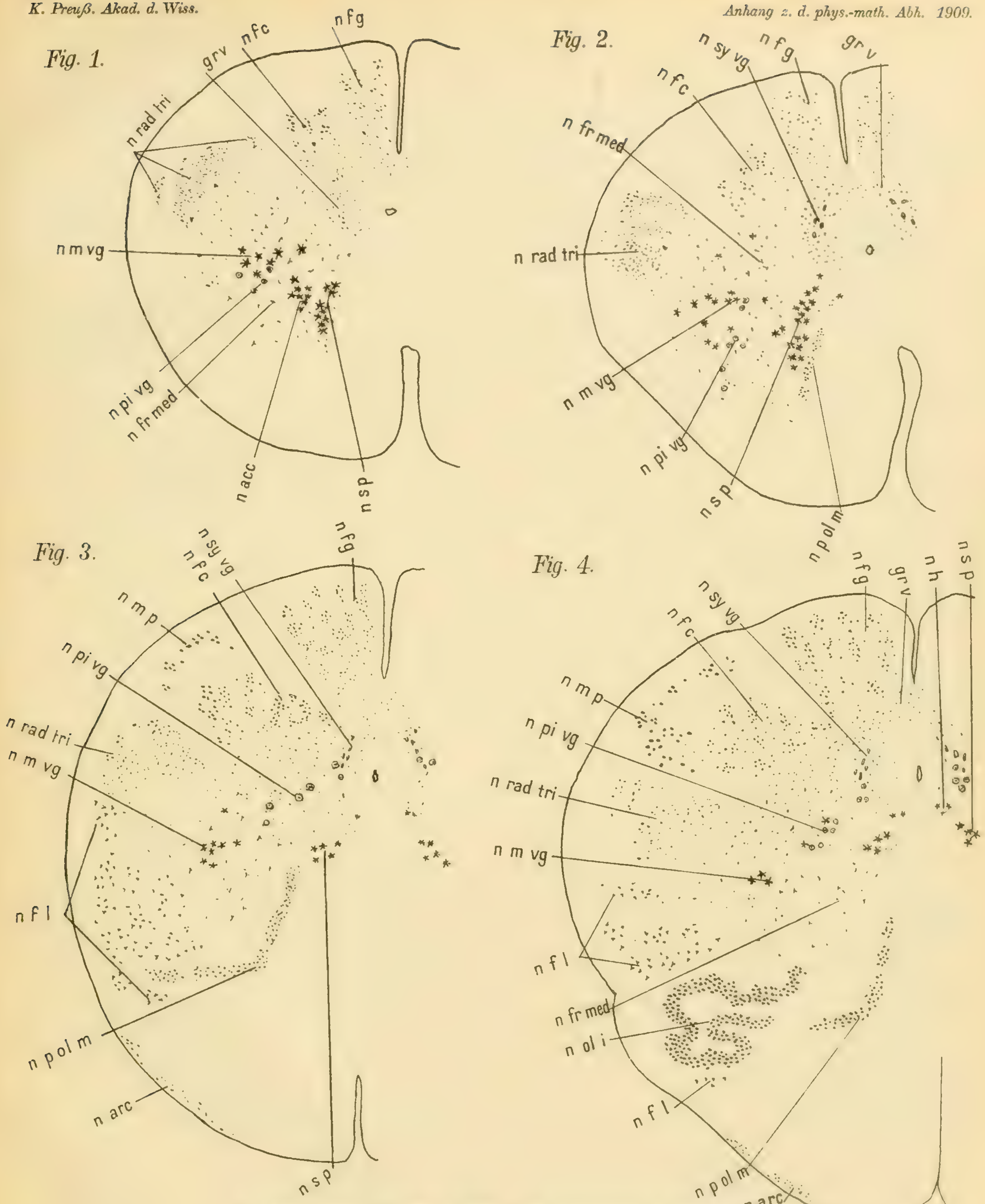
Die Buchstabenabkürzungen haben folgende Bedeutung:

gl h	Ganglion habenulae
gr v	Griseum ventriculare
n abd	Nucleus N. abducentis
n acc	Nucleus N. accessorii
n a fac	Nucleus accessorius N. facialis

n ang ve	Nucleus angularis N. vestibularis
n arc	Nucleus arciformis
n bia e	Nucleus externus corporis bigemini anterioris
n bia i	Nucleus internus corporis bigemini anterioris
n bia m	Nucleus medius corporis bigemini anterioris
n bi p	Nucleus corporis bigemini posterioris
n b p	Nucleus bulbo-pontinus
n c g m	Nucleus corporis geniculati medialis
n co	Nucleus N. cochlearis
n com p	Nucleus commissurae posterioris
n c sth	Nucleus corporis subthalamici
n c tr	Nucleus corporis trapezoideos
n fac	Nucleus N. facialis
n f c	Nucleus parvocellularis funiculi cuneati
n f g	Nucleus funiculi gracilis
n f l	Nucleus funiculi lateralis
n fr	Nucleus formationis reticularis griseae
n fr a	Nucleus formationis reticularis albae
n fr med	Nucleus formationis reticularis medullae oblongatae
n fr p	Nucleus formationis reticularis pontis
n fr p′	Nucleus formationis reticularis pontis externus
n fr pe	Nucleus formationis reticularis pedunculi
n f t	Nucleus funiculi teretis
n gi fr	Nucleus giganto-cellularis formationis reticularis
n h	Nucleus N. hypoglossi
n i	Nucleus intercalatus
n if h	Nucleus interfascicularis hypoglossi
n ipe	Nucleus interpeduncularis
n i tri l	Nucleus infratrigeminalis funiculi lateralis
n m bia	Nucleus motorius corporis bigemini anterioris
n md tg pe	Nucleus medianus tegmento-peduncularis
n mes tri	Nucleus radicis mesencephalici N. trigemini
n m fr	Nucleus motorius dissipatus formationis reticularis
n mg cr	Nucleus marginalis corporis restiformis
n m p	Nucleus magnocellularis funiculi posterioris
n m rtri	Nucleus motorius retrotrigeminalis

n m t cbl	Nucleus motorius tecti cerebelli
n m tg bi	Nucleus motorius tegmento-bigeminalis
n m tg pe	Nucleus motorius tegmento-peduncularis
n m tri	Nucleus motorius N. trigemini
n m ve	Nucleus motorius N. vestibularis
n m vg	Nucleus motorius N. vagi
n oc	Nucleus N. oculomotorii
n ol cbl	Nucleus olivaris cerebelli
n ol i	Nucleus olivaris inferior
n ol s	Nucleus olivaris superior
n p	Nucleus pontis
n pa r	Nucleus pallidus raphes
n p fr a	Nucleus perpendicularis formationis reticularis albae
n pi p	Nucleus pigmentosus pontis (s. loci coerulei)
n pi s pe	Nucleus pigmentosus subthalamo-peduncularis
n pi t cbl	Nucleus pigmentosus tegmento-cerebellaris
n pi t p	Nucleus pigmentosus (dissipatus) tegmento-pontinus
n pi vg	Nucleus pigmentosus vagi (s. medullae oblongatae)
n pm d	Nucleus paramedianus dorsalis
n p ol d	Nucleus parolivaris dorsalis
n p ol m	Nucleus parolivaris medio-ventralis
n p pe l	Nucleus peripeduncularis lateralis
n p vg l	Nuclei perivagales funiculi lateralis
n r	Nucleus raphes
n rad tri	Nucleus (sensibilis) radicis descendentis N. trigemini
n rad ve	Nucleus radicis descendentis N. vestibularis
n rfac	Nucleus retrofacialis
n r s pe	Nucleus rotundus subthalamo-peduncularis
n s p	Nuclei (motorii) supraspinales
n s tri	Nucleus sensibilis principalis N. trigemini
n s tro	Nucleus supratrochlearis substantiae griseae
n s vg	Nucleus sensibilis N. vagi et glossopharyngei (s. Nucleus fasciculi solitarii et alae cinereae)
n sy oc	Nucleus sympathicus N. oculomotorii
n sy sl	Nucleus sympathicus sublingualis
n sy vg	Nucleus sympathicus N. vagi

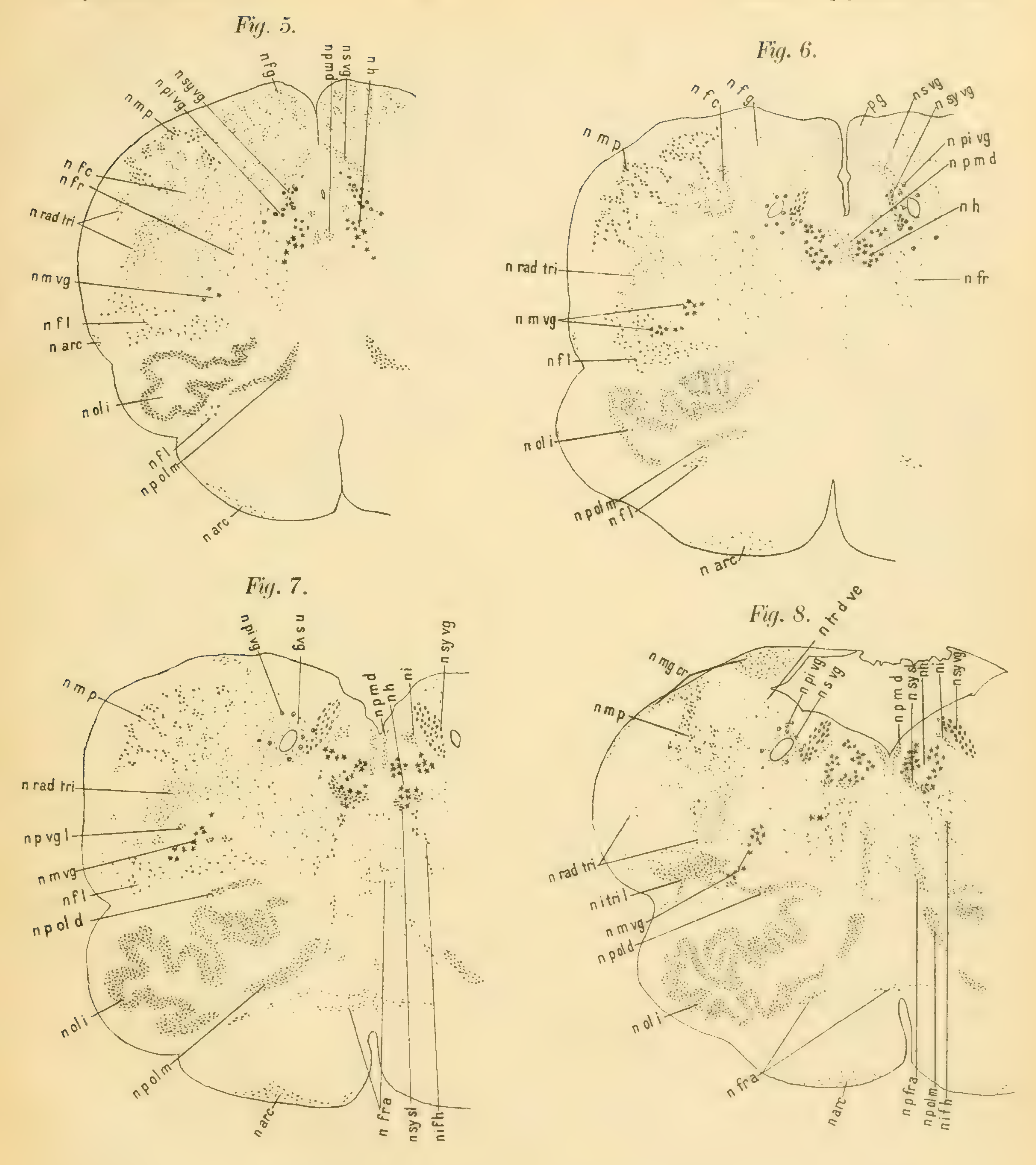
n t pe p	Nucleus tegmenti pedunculo-pontinus
n th opt	Nuclei thalami optici
n tr d ve	Nucleus triangularis dorsalis N. vestibularis
n tro	Nucleus N. trochlearis
p g	Promontorium gliosum calami scriptorii
p tg l p	Processus tegmentosus lateralis nuclei pontis
p tg l p′	Processus tegmento-cerebellaris nuclei pontis
p tg m p	Processus tegmentosus medialis nuclei pontis.



L. Jacobsohn: Über die Kerne des menschlichen Hirnstammes.

Taf. I.

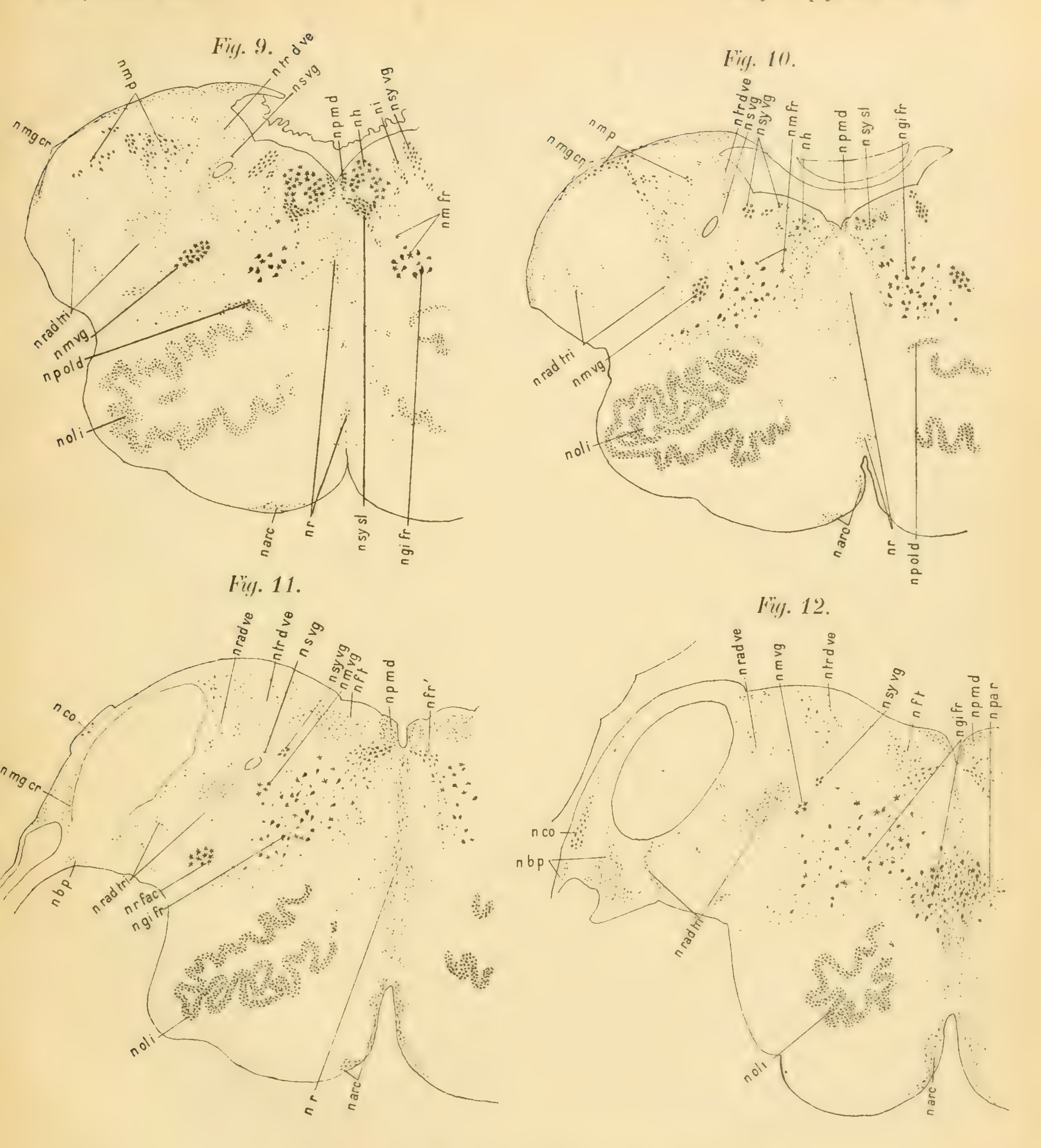




L. Jacobsohn: Über die Kerne des menschlichen Hirnstammes.

Taf. II.

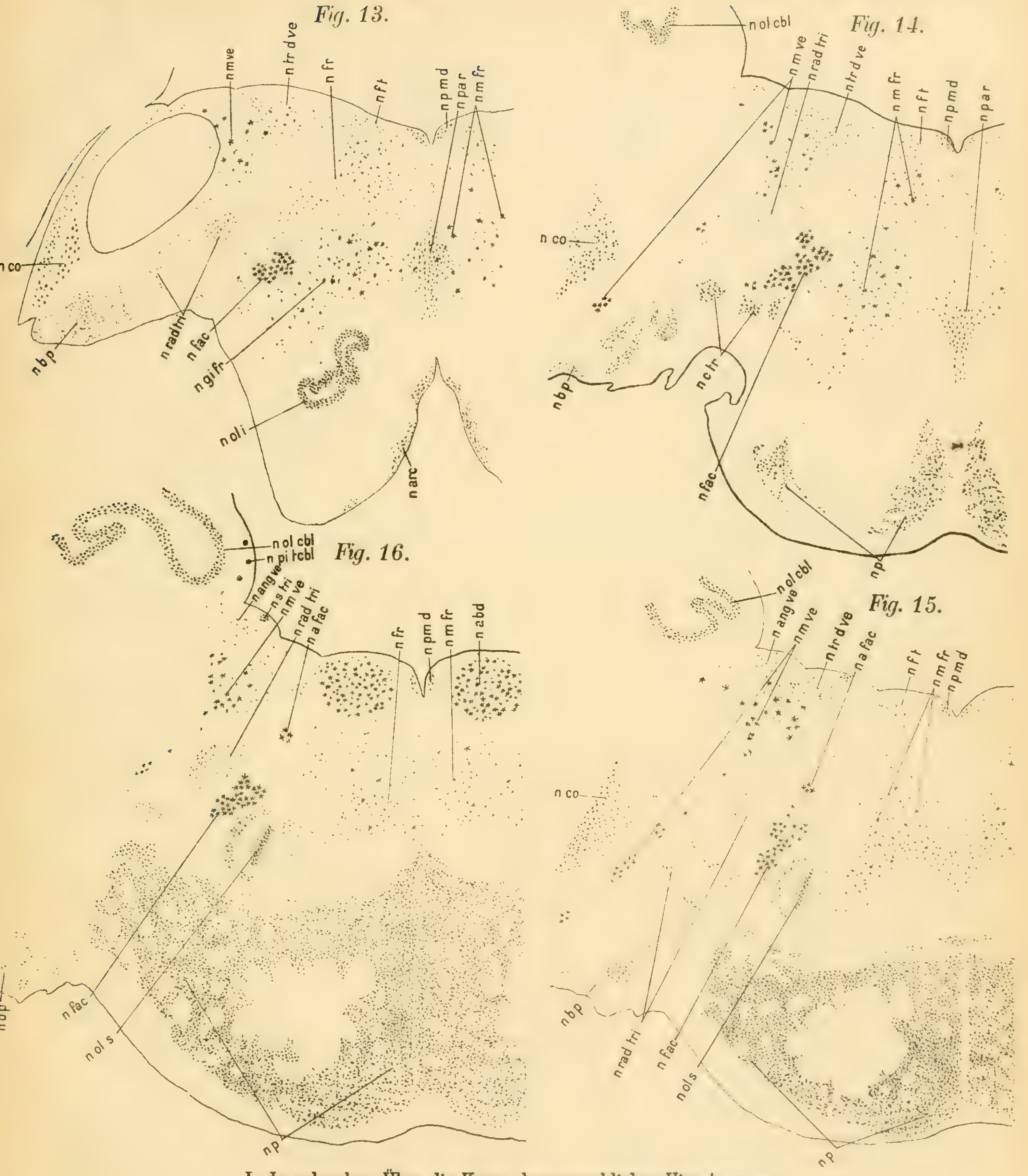




L. Jacobsohn: Über die Kerne des menschlichen Hirnstammes.

Taf. III.

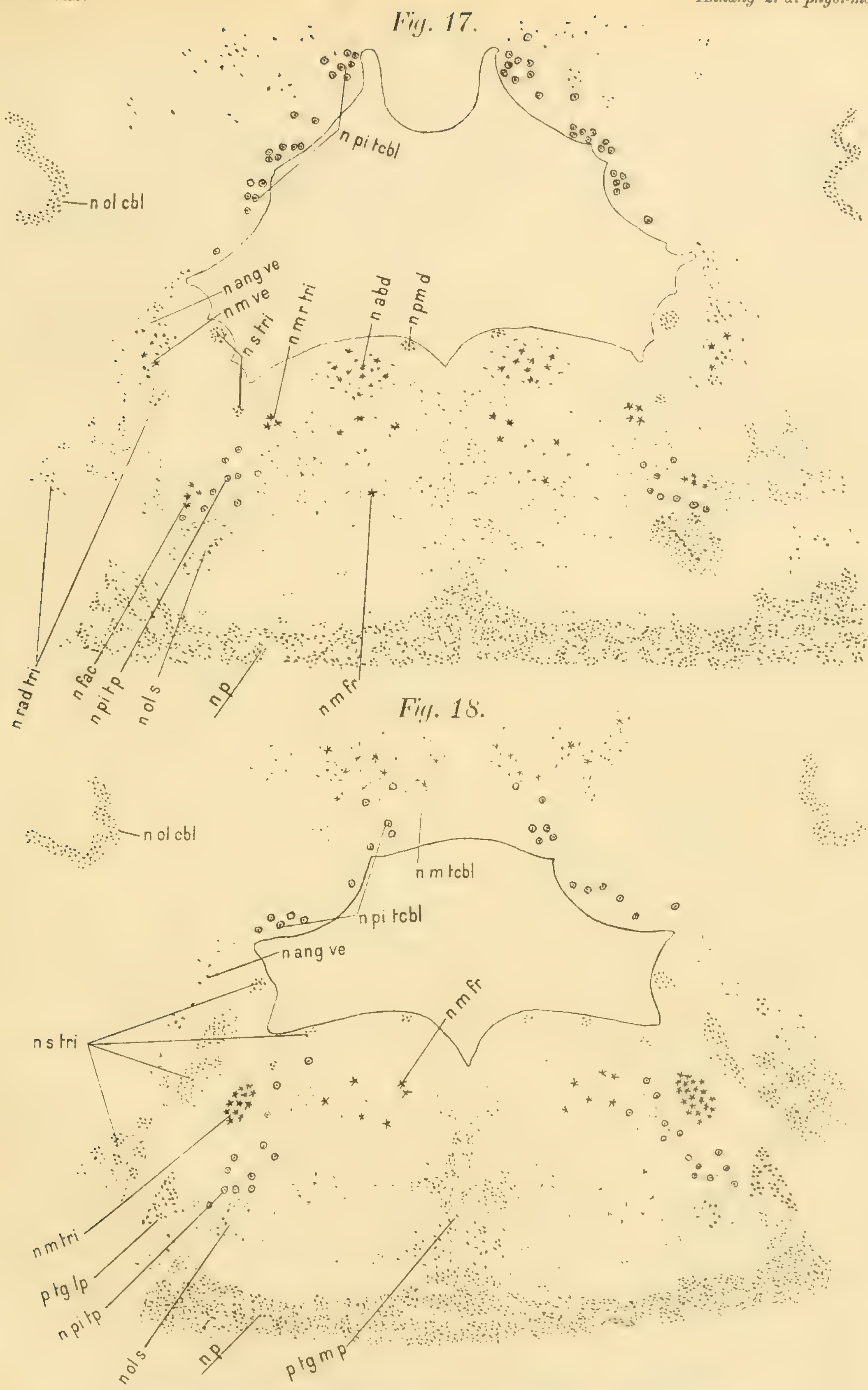




L. Jacobsohn: Über die Kerne des menschlichen Hirnstammes.

Taf. IV.





L. Jacobsohn: Über die Kerne des menschlichen Hirnstammes.

Taf. V.



Fig. 19.

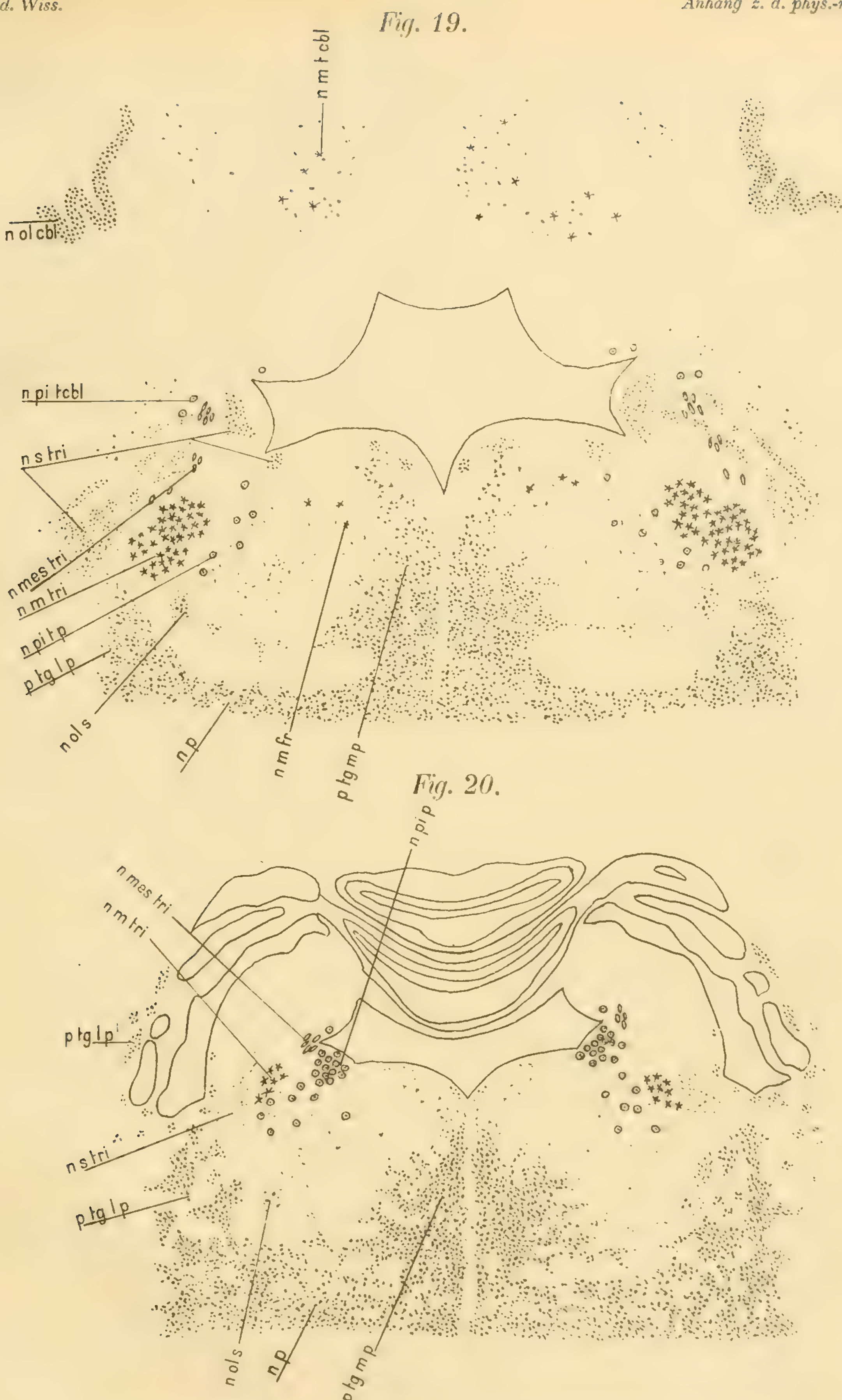
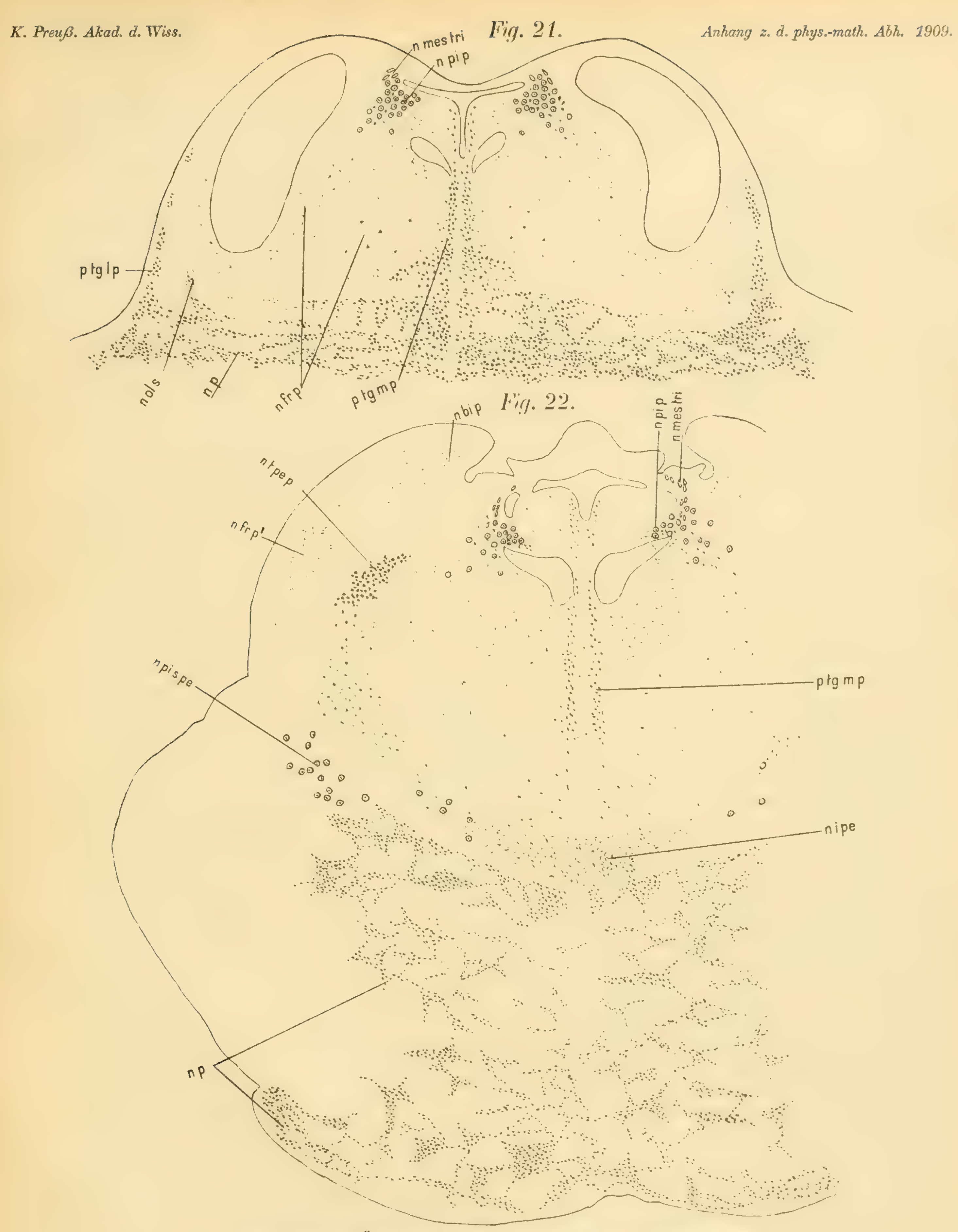


Fig. 20.

L. Jacobsohn: Über die Kerne des menschlichen Hirnstammes.

Taf. VI.

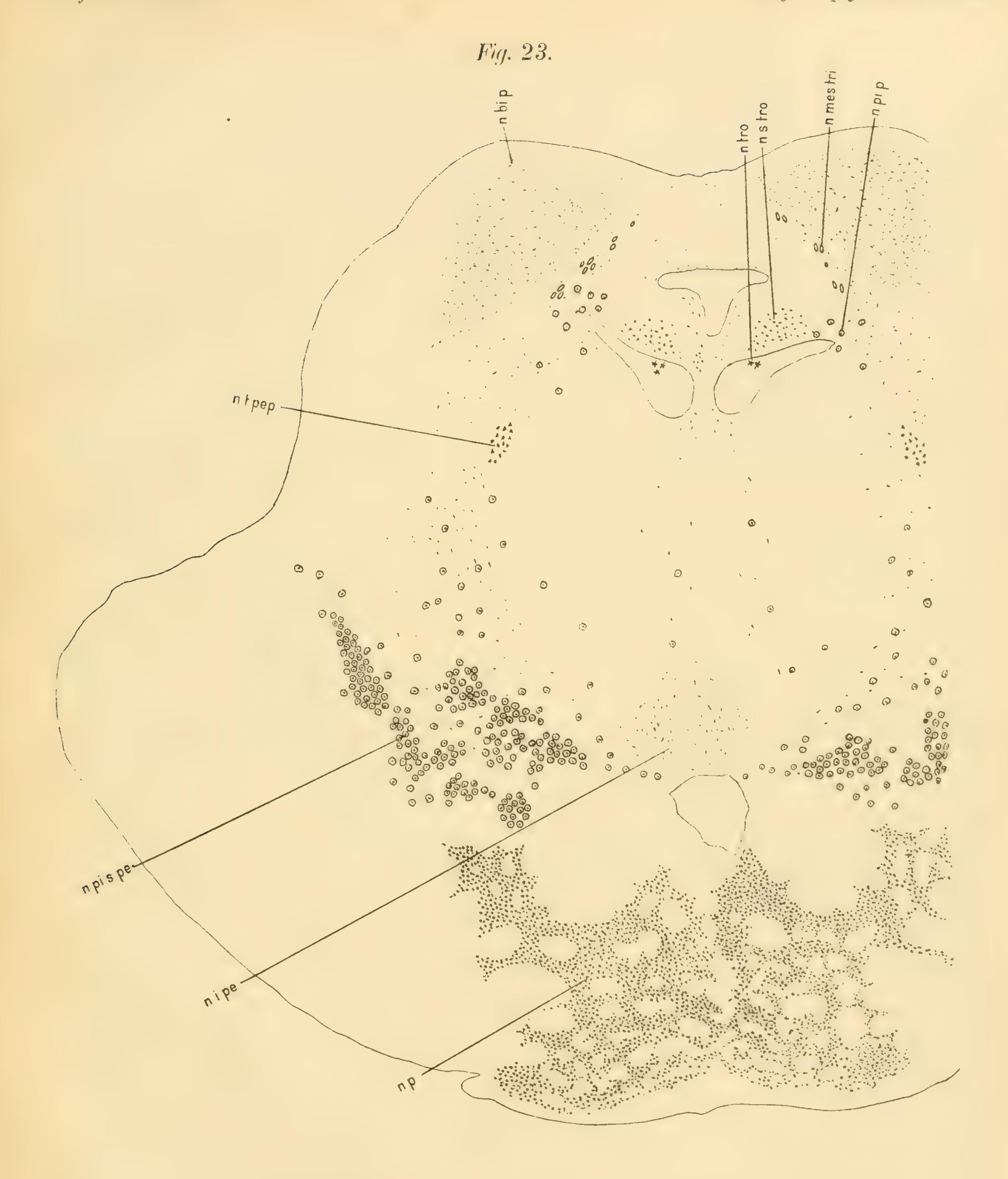




L. Jacobsohn: Über die Kerne des menschlichen Hirnstammes.

Taf. VII.



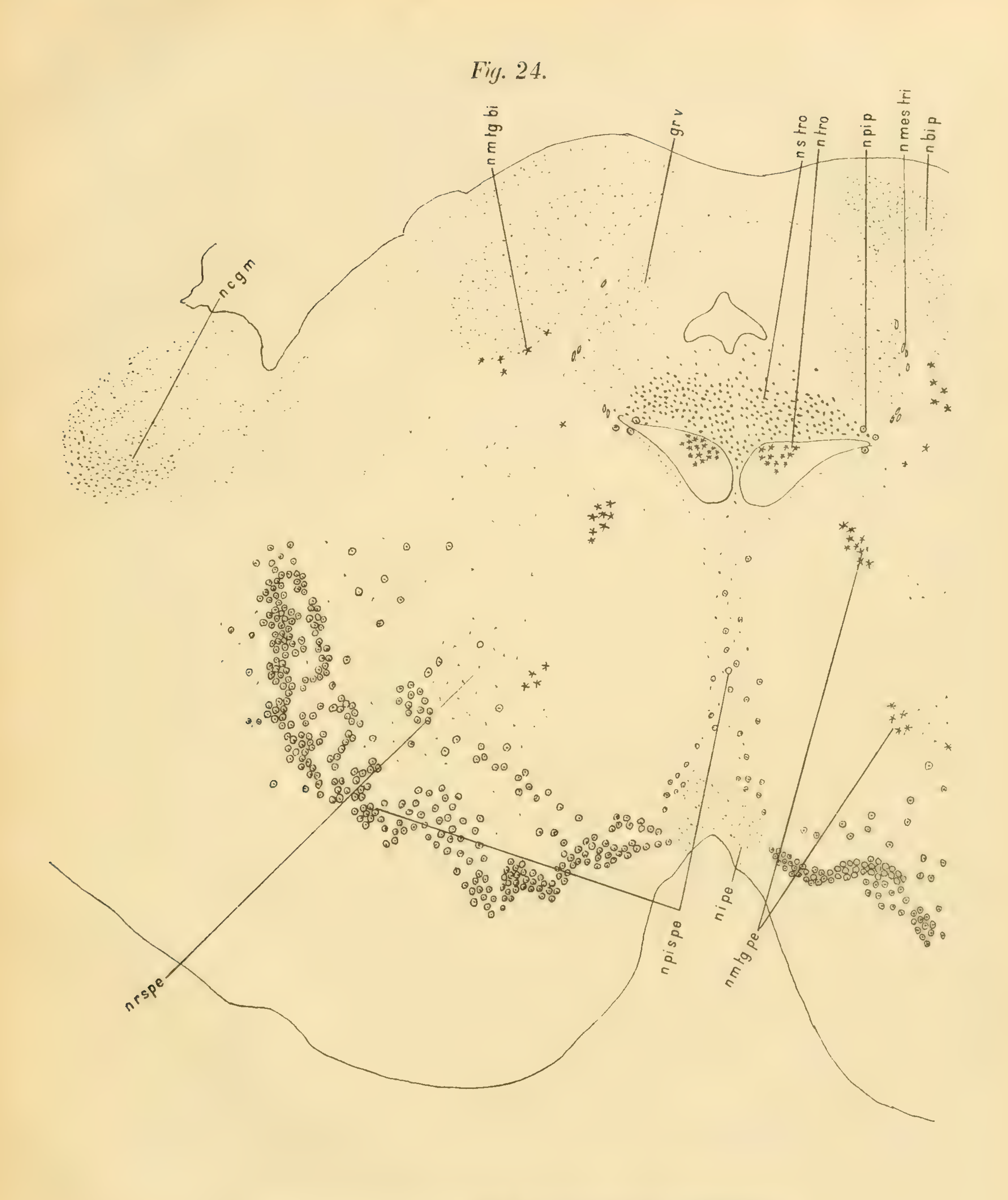


L. Jacobsohn: Über die Kerne des menschlichen Hirnstammes.

Taf. VIII.



Fig. 24.



L. Jacobsohn: Über die Kerne des menschlichen Hirnstammes.

Taf. IX.



Fig. 25.



L. Jacobsohn: Über die Kerne des menschlichen Hirnstammes.

Taf. X.



Fig. 26.

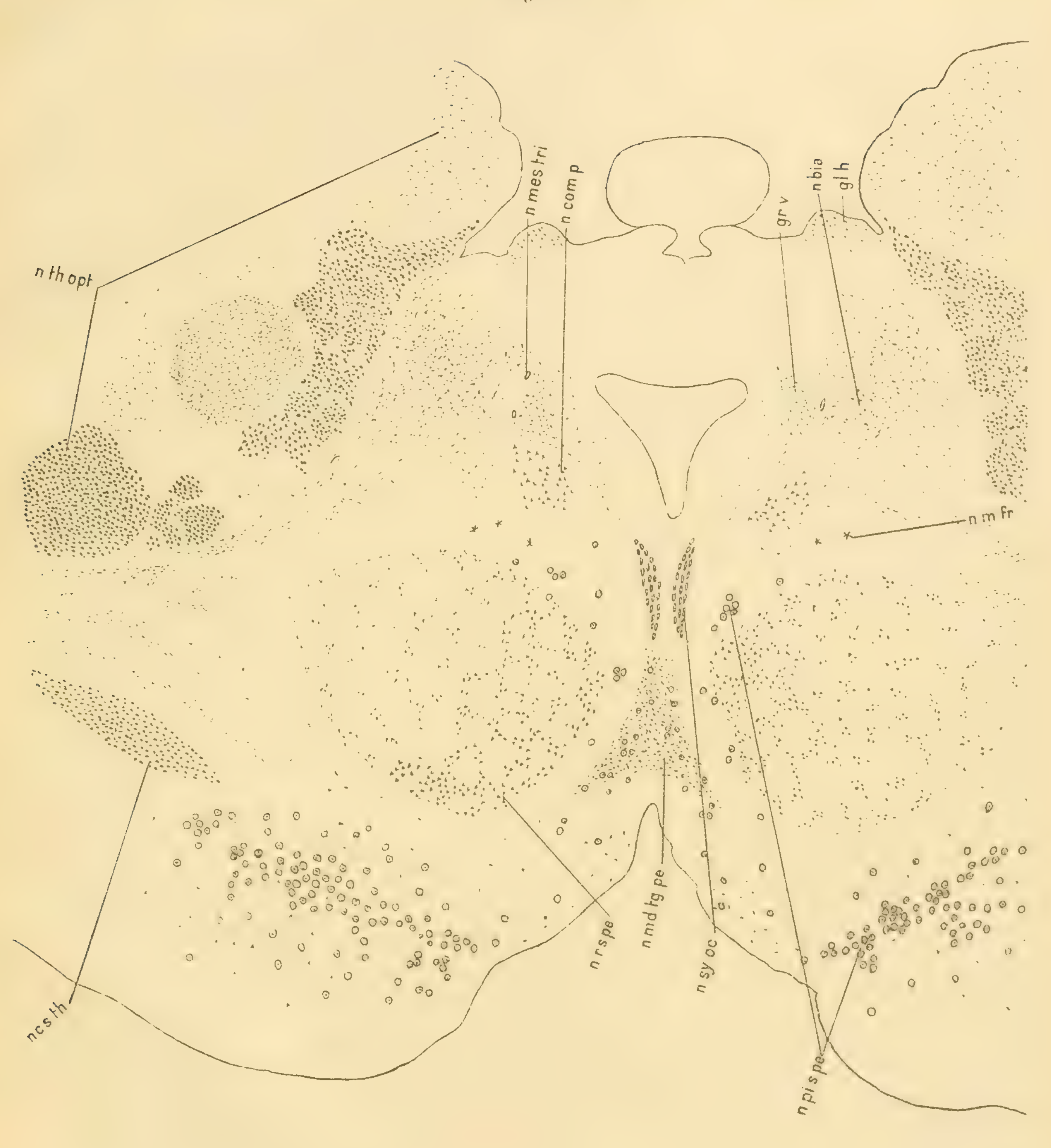


L. Jacobsohn: Über die Kerne des menschlichen Hirnstammes.

Taf. XI.



Fig. 27.



L. Jacobsohn: Über die Kerne des menschlichen Hirnstammes.

Taf. XII.



Über Minimalflächen, deren Randkurven wenig von ebenen Kurven abweichen.

Von

A. KORN

in München.

Vorgelegt von Hrn. Schwarz in der Sitzung der phys.-math. Klasse am 19. November 1908.
Zum Druck verordnet am 26. November 1908, ausgegeben am 31. Dezember 1909.

Vor einigen Jahren lenkte Hr. H. A. Schwarz meine Aufmerksamkeit auf eine in mehr als einer Hinsicht rätselhafte Notiz Poissons im 8. Bande des Crelleschen Journals: Note sur la surface dont l'aire est un minimum entre des limites données. Poisson berichtet in dieser Notiz, daß er im Besitz einer vollständigen Lösung des Minimalflächenproblems sei, wenn nur vorausgesetzt wird, daß sich die gegebene Randkurve bzw. die gegebenen Randkurven, welche die gesuchte Minimalfläche begrenzen sollen, genügend wenig von ebenen Kurven unterscheiden. Die Notiz schließt mit den Worten: »On donnera dans un autre numéro de ce journal le mémoire dont cette note est un extrait.« Die ausführliche Abhandlung, die hier angekündigt wurde, ist nie erschienen; es ist daher vielleicht anzunehmen, daß Poisson nachträglich einen Mangel an Strenge in seiner Lösung bemerkt und dieselbe nicht mehr weiter verfolgt hat.

Um von einem konkreten Beispiel auszugehen, wollen wir eine besonders einfache Randkurve annehmen:

$$(1.) \qquad \begin{cases} x^2 + y^2 = 1\,, \\ z = axy\,, \end{cases}$$

wobei a eine Konstante bezeichnen soll, über die wir uns noch weitere Festsetzung vorbehalten. Diese Kurve hat zur orthogonalen Projektion auf die xy Ebene einen Kreis vom Radius 1 um den Anfangspunkt als Zentrum; für $a = 0$ geht die Kurve in diesen Kreis über; je kleiner a, absolut genommen, ist, um so weniger unterscheidet sich die gegebene Kurve von dem genannten Kreise.

Wenn es uns gelingt, eine Funktion $w(x, y)$ zu finden, welche mit ihren ersten und zweiten Ableitungen im Innern des Kreises

$$x^2 + y^2 = 1$$

(mit Einschluß der Begrenzung) endlich, eindeutig und stetig ist, der Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\left(1+\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right)+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\left(1+\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right)-2\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}=0 \tag{2.}$$

genügt und bei unendlicher Annäherung des Punktes (x, y) an die Kreisperipherie gleichmäßig gegen die Randwerte:

$$w = axy \tag{3.}$$

konvergiert, so stellen die Werte $w(x, y)$ die z-Koordinaten eines Punktes eines Minimalflächenstückes dar, welches die Kurve (1.) zur Randkurve hat, und zwar ist die Fläche eine Fläche stetiger Krümmung.

Die Aufgabe, um welche es sich in dem Sinne der Poissonschen Notiz handeln wird, ist, die Funktion $w(x, y)$ wirklich zu konstruieren, wenn $|a|$ unterhalb einer gewissen, endlichen Grenze liegt, also falls

$$|a| \leq \delta, \tag{4.}$$

wo δ eine positive, endliche Zahl bezeichnet. Einen Beweis für die Existenz einer solchen von Null verschiedenen, positiven, endlichen Zahl δ und die Auffindung der Funktion $w(x, y)$ unter der Bedingung (4.) dürfte Poisson in der Abhandlung erstrebt haben, welche er in seiner Notiz, allerdings für viel allgemeinere Randkurven als die hier gewählte Kurve (1.), in Aussicht gestellt hatte.

Als Methode zur Lösung der Aufgabe mußte in erster Linie die Methode der sukzessiven Annäherungen in Frage kommen. Hrn. Schwarz schwebten zwei verschiedene derartige Annäherungen vor; bei der einen: Festhaltung der Randkurve, sukzessive Annäherung an die Differentialgleichung (2.); bei der anderen: Festhaltung der Differentialgleichung, sukzessive Annäherung an die Randkurve. Die erstere Methode lag meinen bisherigen Untersuchungen näher. Es lag für mich die Vermutung nahe, daß tatsächlich die folgende Methode zu einer Lösung der Aufgabe in strenger Weise hinführen möchte.

Man bilde unter Benutzung der Abkürzung:

$$\varrho[\psi] = \left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}-2\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}+\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} \tag{5.}$$

sukzessive die Funktionen:

$$w_0, w_1, w_2 \cdots \text{ von } x, y,$$

welche im Innern des Kreises

$$x^2 + y^2 = 1$$

(mit Einschluß der Begrenzung) eindeutig und stetig sind, eindeutige und stetige erste und zweite Ableitungen besitzen und den Bedingungen genügen:

$$(6.^0) \quad \begin{cases} \Delta w_0 = 0, \text{ in dem Kreise,} \\ w_0 = xy, \text{ an der Kreisperipherie;} \end{cases}$$

$$(6.^1) \quad \begin{cases} \Delta w_1 = -a^2 \varrho[w_0], \text{ in dem Kreise,} \\ w_1 = 0, \text{ an der Kreisperipherie;} \end{cases}$$

$$(6.^2) \quad \begin{cases} \Delta w_2 = -a^2 \{\varrho[w_0 + w_1] - \varrho[w_0]\}, \text{ in dem Kreise,} \\ w_2 = 0, \text{ an der Kreisperipherie;} \end{cases}$$

— — — — — — — — — — — — — —

$$(6.^j) \quad \begin{cases} \Delta w_j = -a^2 \{\varrho[w_0 + w_1 + \cdots + w_{j-1}] - \varrho[w_0 + w_1 + \cdots + w_{j-2}]\}, \text{ in dem Kreise,} \\ w_j = 0, \text{ an der Kreisperipherie.} \end{cases}$$

— — — — — — — — — — — — — —

Die Existenz dieser Funktionen ist sukzessive beweisbar, und es ist:

$$(7.) \qquad w = a(w_0 + w_1 + w_2 + \cdots + w_j + \cdots)$$

die Lösung des vorgelegten Problems, wenn

$$(8.) \qquad |a| \leqq \delta$$

und δ eine angebbare, von Null verschiedene, positive Zahl bezeichnet.

Die zum Beweise notwendigen Sätze aus der Theorie des logarithmischen Potentials und die erforderlichen Konvergenzbetrachtungen erlaube ich mir im folgenden mitzuteilen. Die Arbeit ist in drei Abschnitte geteilt:

I. Hilfssätze über die logarithmischen Potentiale einer auf einer Kreisperipherie ausgebreiteten Massenbelegung.

II. Untersuchungen über logarithmische Flächenpotentiale.

III. Lösung des vorgelegten Problems aus der Theorie der Minimalflächen.

Obgleich ich mich durchaus auf das konkrete Beispiel der betrachteten Randkurve (1.) beschränkt habe, ist es leicht ersichtlich, daß die Verallgemeinerung der Resultate auf Randkurven von der Form:

$$(9.) \quad \begin{cases} f(x, y) = 0, \\ z = a\varphi(x, y) \end{cases}$$

keine wesentlichen Schwierigkeiten bietet. Hierbei ist vorauszusetzen, daß die Gleichung

$$f(x, y) = 0 \tag{10.}$$

in der xy Ebene eine geschlossene, stetig gekrümmte, von Singularitäten freie Kurve darstellt und $\varphi(x, y)$ eine längs dieser Kurve mit ihrer ersten und zweiten Ableitung endliche, eindeutige und stetige Funktion von (x, y) bezeichnet. Ferner sind noch die besonderen Stetigkeitsannahmen hinzuzunehmen:

$$|D_2\Phi(x_2, y_2) - D_2\Phi(x_1, y_1)| \leqq C r_{12}^{\lambda}, \tag{11.}$$

für zwei beliebige Punkte (x_1, y_1) und (x_2, y_2) der Kurve im Abstande r_{12},

wo unter Φ irgend eine der drei Funktionen x, y, φ (als Funktionen der Bogenlänge der Kurve betrachtet), unter $D_2\Phi(x, y)$ die längs der Kurve $f(x, y) = 0$ genommene zweite Ableitung der Funktion $\Phi(x, y)$, unter C eine endliche Konstante und unter λ eine von Null verschiedene, positive Zahl zu verstehen ist.

I. Abschnitt.

Hilfssätze über die logarithmischen Potentiale einer auf einer Kreisperipherie ausgebreiteten Massenbelegung.

I. Es sei in der xy Ebene ein Kreis vom Radius 1 gegeben und H eine Funktion der Stelle (ξ, η) auf dem Kreise, welche derart stetig ist, daß für zwei beliebige Punkte

$$(\xi_1, \eta_1) \text{ und } (\xi_2, \eta_2)$$

des Kreises in der Entfernung r_{12}:

$$(1.) \qquad |H(\xi_2, \eta_2) - H(\xi_1, \eta_1)| \leqq B r_{12}^{\lambda},$$

wo B eine endliche Konstante, λ eine von Null verschiedene, positive Zahl < 1 bezeichnet; wir bilden das logarithmische Kurvenpotential:

$$(2.) \qquad V = \int_{\sigma} H(\xi, \eta) \ln r \, d\sigma,$$

in welchem $d\sigma$ ein Bogenelement des Kreises an der Stelle (ξ, η), r die Entfernung

$$d\sigma \rightarrow \text{nach dem variablen Punkte } (x, y)$$

ist und das Integral über alle Elemente $d\sigma$ der Kreisperipherie σ erstreckt werden soll; wir behaupten, es ist dann für jede erste Ableitung von V an der Innenseite des Kreises:

$$(3.) \qquad |D_1 V| \leqq c_1 B$$

und für zwei beliebige Punkte (x_1, y_1) und (x_2, y_2) an der Innenseite des Kreises:

$$(4.) \qquad |D_1 V(x_2, y_2) - D_1 V(x_1, y_1)| < c_2 B r_{12}^{\lambda},$$

wo c_1, c_2 zwei endliche Konstanten bezeichnen, die lediglich von der Zahl λ abhängen. —

Der Beweis soll mit Hilfe der Methoden geführt werden, welche in der Theorie der Funktionen einer komplexen Variabeln üblich sind; wir wollen hierzu den Behauptungen, ohne ihren Sinn zu ändern, eine andere Gestalt geben.

Es bezeichne z eine komplexe veränderliche Größe:

$$z = x + iy,$$

deren Veränderlichkeit auf das Innere der Kreisfläche:

$$x^2 + y^2 \leqq 1,$$

mit Einschluß der Begrenzung derselben, beschränkt ist. Es sei

$$\zeta = e^{i\psi}$$

eine zweite komplexe veränderliche Größe, deren Veränderlichkeit auf die Begrenzung der Kreisfläche beschränkt ist.

Der absolute Betrag der Differenz

$$z - \zeta = z - e^{i\psi}$$

werde mit r, der absolute Betrag der Differenz

$$e^{i\psi_2} - e^{i\psi_1}$$

mit r_{12} bezeichnet, so daß:

$$r_{12}^2 = \left\{ 2 \sin \tfrac{1}{2} (\psi_2 - \psi_1) \right\}^2.$$

Es bezeichne $H(\psi)$ eine reelle, bei Vermehrung des Argumentes ψ um 2π periodisch sich wiederholende, eindeutige Funktion des reellen Argumentes ψ, welche der Bedingung unterworfen ist, daß für irgend zwei Werte ψ_1 und ψ_2

$$|H(\psi_2) - H(\psi_1)| \leqq B r_{12}^{\lambda},$$

wo λ eine positive, von Null verschiedene Zahlgröße bezeichnet, die kleiner als 1 ist.

Das logarithmische Kurvenpotential V ist der reelle Teil der Funktion:

$$F(z) = \frac{1}{i} \int_{\psi = -\pi}^{\psi = +\pi} H(\psi) \ln(z - \zeta) \frac{d\zeta}{\zeta}, \tag{5.}$$

so daß:

$$F'(z) = \frac{1}{i} \int_{\psi = -\pi}^{\psi = +\pi} H(\psi) \frac{d\zeta}{\zeta(z - \zeta)}. \tag{6.}$$

Die Funktion $F'(z)$ ist infolge der Voraussetzung (1.) im ganzen Innengebiete des Kreises mit Einschluß der Begrenzung endlich, eindeutig und stetig[1].

[1] Man vergleiche hierzu O. Hölder, Beiträge zur Potentialtheorie. Stuttgart 1882.

Es handelt sich darum, den Nachweis zu führen:

1. daß $|F'(z)|$ stets kleiner ist, als das Produkt einer endlichen, nur von λ abhängenden Zahl und der Größe B;

2. daß für irgend zwei Punkte

$$z_1 = e^{i\psi_1} \quad , \quad z_2 = e^{i\psi_2}$$

der Innenseite der Kreisperipherie

$$|F'(z_2) - F'(z_1)|$$

stets kleiner ist, als das Produkt einer endlichen, nur von λ abhängenden Zahl und der Größe Br_{12}^{λ}, wenn

$$r_{12} = 2\,|\sin \tfrac{1}{2}(\psi_2 - \psi_1)|$$

den Abstand der Punkte z_1 und z_2 bezeichnet.

Da für jeden Punkt z_1 der Innenseite der Kreisperipherie

$$\frac{1}{i} \int\limits_{\psi=-\pi}^{\psi=+\pi} \frac{d\zeta}{\zeta(z_1 - \zeta)} = 0$$

ist, so besteht die Gleichung:

$$F'(z_1) = \frac{1}{i} \int\limits_{\psi=-\pi}^{\psi=+\pi} \{ H(\psi) - H(\psi_1) \} \frac{d\zeta}{\zeta(z_1 - \zeta)} \,, \tag{7.}$$

somit ist:

$$|F'(z_1)| \overline{\gtrless} B \int\limits_{\psi=-\pi}^{\psi=+\pi} \frac{d\psi}{|z_1 - \zeta|^{1-\lambda}} \,.$$

Es besteht, wenn wir mit r die Entfernung und Richtung $\zeta \rightarrow z_1$, mit ν die Richtung der inneren Normalen des Kreises im Punkte ζ bezeichnen, die Identität[1]:

$$\int\limits_{\sigma} \frac{d\sigma}{r^{1-\lambda}} = \frac{1}{\lambda} \int\limits_{\sigma} \{ r^{1+\lambda} - (1-\lambda) r^{\lambda} \cos(r\nu) \} \frac{\cos(r\nu)}{r} \, d\sigma \,. \tag{8.}$$

Die in $\{\}$ stehende Größe ist jedenfalls

$$\overline{\gtrless}\; 2^{1+\lambda} \;\overline{\gtrless}\; 4 \,,$$

[1] Man vergleiche A. Korn. Lehrbuch der Potentialtheorie II, S. 31 Formel 47. Berlin 1901. Wir haben dabei zu bemerken, daß wir es mit einer geschlossenen Kurve zu tun haben und der dort mit $f_{11} + f_{22}$ bezeichnete Ausdruck hier $= -1$ ist.

es ist somit:

(9.) $$\int_{\sigma} \frac{d\sigma}{r^{1-\lambda}} \leqq \frac{8\pi}{\lambda}$$

und:

(10.) $$|F'(z_1)| \leqq \frac{8\pi}{\lambda} B:$$

damit ist zunächst die Richtigkeit der ersten Behauptung (3.) bewiesen, und wir sehen, daß die in (3.) auftretende Konstante jedenfalls

$$\leqq \frac{8\pi}{\lambda}$$

ist.

Um die Richtigkeit der zweiten Behauptung (4.) zu beweisen, teilen wir die Kreisperipherie σ in zwei Teile: einen Teil σ_0, welcher innerhalb der Kreislinie[1]

(11.) $$|z' - \tfrac{1}{2}(z_1 + z_2)| = r_{12}$$

liegt, und den von σ übrigbleibenden Teil $\sigma - \sigma_0$. Wir schreiben die Differenz

$$F'(z_2) - F'(z_1)$$

in folgender Weise:

$$(12.)\quad \begin{cases} F'(z_2) - F'(z_1) \\ = \frac{1}{i}\left[\int_{\sigma_0} \{H(\psi) - H(\psi_2)\} \frac{d\zeta}{\zeta(z_2 - \zeta)} - \int_{\sigma_0} \{H(\psi) - H(\psi_1)\} \frac{d\zeta}{\zeta(z_1 - \zeta)} + \{H(\psi_2) - H(\psi_1)\} \int_{\sigma_0} \frac{d\zeta}{\zeta(z_2 - \zeta)}\right] + \\ \frac{1}{i}\left[\int_{\sigma - \sigma_0} \{H(\psi) - H(\psi_1)\} \frac{d\zeta}{\zeta(z_2 - \zeta)} - \int_{\sigma - \sigma_0} \{H(\psi) - H(\psi_1)\} \frac{d\zeta}{\zeta(z_1 - \zeta)}\right]. \end{cases}$$

Wir untersuchen zunächst die 3 Summanden der ersten Zeile rechts. Infolge der Voraussetzung (1.) ist jeder der beiden ersten Summanden absolut genommen

$$\leqq B \int_{\sigma_0} \frac{d\sigma}{r^{1-\lambda}},$$

wenn wir mit r die Entfernungen $d\sigma \to z_1$ bzw. $d\sigma \to z_2$ bezeichnen. Nun ist identisch, wenn a und b die beiden Endpunkte des Kurvenstückes σ_0 bezeichnen ($a \to b$ die positive σ Richtung)[2]:

[1] Der Kreis entsteht, indem wir um den Mittelpunkt der Verbindungsgeraden $z_1 z_2$ den Kreis mit dem Radius r_{12} konstruieren.

[2] Man vergleiche A. Korn, Lehrbuch der Potentialtheorie II, S. 31 Formel 47.

$$(13.)\quad \left\{\begin{aligned} \int_{\sigma_0}^{\sigma} \frac{d\sigma}{r^{1-\lambda}} &= \frac{1}{\lambda}\int_{\sigma_0}^{\sigma} \left\{ r^{1+\lambda} - (1-\lambda)\, r^{\lambda} \cos(r\nu) \right\} \frac{\cos(r\nu)}{r}\, d\sigma \\ &\quad - \frac{1}{\lambda}\left\{ \left| r^{\lambda} \sin(r\nu) \right|_{\zeta=b} - \left| r^{\lambda} \sin(r\nu) \right|_{\zeta=a} \right\}: \end{aligned}\right.$$

unter $(r\nu)$ ist der Winkel zu verstehen, um welchen man die Richtung r in positivem Sinne zu drehen hat, um in die Richtung ν der inneren Normalen des Kreises im Punkte ζ zu gelangen. Ist der variable Punkt (x, y) einer der beiden Punkte z_1, z_2, so ist jedenfalls der erste Ausdruck auf der rechten Seite der Gleichung (13.)

$$\begin{aligned} &\leqq \frac{1}{\lambda}\int \left(\tfrac{3}{2}\, r_{12}\right)^{1+\lambda} \frac{\cos(r\nu)}{r}\, d\sigma\ [1] \\ &< \frac{2\pi}{\lambda}\left(\tfrac{3}{2}\right)^{1+\lambda} \cdot 2 \cdot r_{12}^{\lambda} \\ &< \frac{9\pi}{\lambda} \cdot r_{12}^{\lambda}, \end{aligned}$$

der zweite Ausdruck auf der rechten Seite der Gleichung (13.) ist

$$< \frac{2}{\lambda}\left(\tfrac{3}{2}\right)^{\lambda} r_{12}^{\lambda} \leqq \frac{3}{\lambda}\, r_{12}^{\lambda},$$

somit sowohl in z_1, als auch in z_2:

$$\int \frac{d\sigma}{r^{1-\lambda}} < \frac{9\pi + 3}{\lambda}\, r_{12}^{\lambda}$$

und:

$$(14.)\quad \left\{\begin{aligned} &\left| \frac{1}{i}\int_{z_0} \left\{ H(\psi) - H(\psi_1) \right\} \frac{d\zeta}{\zeta(z_1-\zeta)} \right| \leqq \frac{9\pi+3}{\lambda} \cdot B r_{12}^{\lambda}, \\ &\left| \frac{1}{i}\int \left\{ H(\psi) - H(\psi_2) \right\} \frac{d\zeta}{\zeta(z_2-\zeta)} \right| \leqq \frac{9\pi+3}{\lambda} \cdot B r_{12}^{\lambda}. \end{aligned}\right.$$

Der dritte Summand des Ausdruckes auf der rechten Seite der Gleichung (12.) ist, absolut genommen

$$\leqq B r_{12}^{\lambda} \left| \int \frac{d\zeta}{\zeta(z_2-\zeta)} \right|.$$

[1] Es ist nicht die Absicht dieser Untersuchung, die schärfsten Grenzen festzustellen, unter denen die in den Behauptungen auftretenden Zahlen c_1 und c_2 liegen müssen; die wesentliche Aufgabe ist, zu zeigen, daß c_1 und c_2 überhaupt kleiner sind als bestimmt angebbare, endliche Zahlen, sobald λ in strenger Weise die Ungleichheitsbedingung

$$0 < \lambda < 1$$

erfüllt.

und es ist unmittelbar durch Ausführung der Integration zu ersehen, daß der Faktor von Br_{12}^{λ} kleiner ist als eine bestimmte, endliche Zahl. Es ist in der Tat:

$$\int_{\sigma} \frac{d\zeta}{\zeta(z_2-\zeta)} = \frac{1}{z_2}\left\{\left|\ln\frac{\zeta}{z_2-\zeta}\right|_{\zeta=b} - \left|\ln\frac{\zeta}{z_2-\zeta}\right|_{\zeta=a}\right\}$$

$$\left|\int_{\sigma_0} \frac{d\zeta}{\zeta(z_2-\zeta)}\right| \overline{\overline{<}} \left|\ln\left\{\frac{|z_2-a|}{|z_2-b|}\right\}+2\pi i\right|$$

$$\overline{\overline{<}} \sqrt{(\ln 3)^2+4\pi^2}\ {}^{1}$$

$$< 7.$$

Die Summe der drei ersten Summanden des Ausdruckes auf der rechten Seite der Gleichung (12.) ist daher, absolut genommen

$$\overline{\overline{<}} \left[\frac{2}{\lambda}(9\pi+3)+7\right] Br_{12}^{\lambda}.$$

Den noch übrigbleibenden Teil des Ausdruckes auf der rechten Seite der Gleichung (12.) können wir auch in der folgenden Gestalt schreiben:

$$i\int_{\sigma-\sigma_0} \{H(\psi)-H(\psi_1)\} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{(z-\zeta)^2}\,\frac{d\zeta}{\zeta}.$$

Die Integration in bezug auf die Größe z bewerkstelligen wir auf dem Kreisbogen $z_1 z_2$; sei

$$z = e^{i\varphi}$$

ein variabler Punkt auf diesem Kreisbogen; wir geben dem zuletzt genannten Ausdruck die folgende Form:

$$(15.)\qquad i\int_{z_1}^{z_2}\left[\int_{\sigma-\sigma_0}\{H(\psi)-H(\varphi)\}\frac{d\zeta}{\zeta(z-\zeta)^2} + (H(\varphi)-H(\psi_1))\int_{\sigma-\sigma_0}\frac{d\zeta}{\zeta(z-\zeta)^2}\right]dz.$$

Infolge der Voraussetzung (1.) ist:

$$(16.)\qquad \begin{cases} \left|\displaystyle\int_{\sigma-\sigma_0}\{H(\psi)-H(\varphi)\}\frac{d\zeta}{\zeta(z-\zeta)^2}\right| \overline{\overline{<}} B\displaystyle\int_{\sigma-\sigma_0}\frac{d\sigma}{r^{2-\lambda}}, \\ \left|(H(\varphi)-H(\psi_1))\displaystyle\int_{\sigma-\sigma_0}\frac{d\zeta}{\zeta(z-\zeta)^2}\right| \overline{\overline{<}} Br_{12}^{\lambda}\displaystyle\int_{\sigma-\sigma_1}\frac{d\sigma}{r^2}. \end{cases}$$

[1] Da

$$\tfrac{1}{2} r_{12} < \left\{\frac{|z_2-a|}{|z_2-b|}\right\} < \tfrac{3}{2} r_{12}.$$

Es bestehen ferner die Identitäten [man vergleiche die Formel (13.)]:

$$
(17.)\quad \begin{cases}
\displaystyle\int\limits_{\sigma-\sigma_0} \frac{d\sigma}{r^{2-\lambda}} = -\frac{1}{1-\lambda} \int\limits_{\sigma-\sigma_0} \left\{ r^{\lambda} - (2-\lambda)\frac{\cos(r\nu)}{r^{1-\lambda}} \right\} \frac{\cos(r\nu)}{r}\, d\sigma \\
\qquad\qquad \displaystyle - \frac{1}{1-\lambda} \left\{ \left| \frac{\sin(r\nu)}{r^{1-\lambda}} \right|_{\zeta=b} - \left| \frac{\sin(r\nu)}{r^{1-\lambda}} \right|_{\zeta=a} \right\}, \text{[1]} \\
\displaystyle\int\limits_{\sigma-\sigma_0} \frac{d\sigma}{r^2} = - \int\limits_{\sigma-\sigma_0} \left\{ 1 - 2\frac{\cos(r\nu)}{r} \right\} \frac{\cos(r\nu)}{r}\, d\sigma \\
\qquad\qquad \displaystyle - \left\{ \left| \frac{\sin(r\nu)}{r} \right|_{\zeta=b} - \left| \frac{\sin(r\nu)}{r} \right|_{\zeta=a} \right\}, \text{[1]}
\end{cases}
$$

somit, da die kürzeste Entfernung eines Punktes des Bogens $z_1 z_2$ von $\sigma - \sigma_0$ jedenfalls

$$\geqq r_1$$

ist, für jeden Punkt des Bogens $z_1 z_2$:

$$\int\limits_{\sigma-\sigma_0} \frac{d\sigma}{r^{2-\lambda}} \leqq 2\pi \frac{2-\lambda}{1-\lambda} \frac{2^{1-\lambda}}{r_{12}^{1-\lambda}} + \frac{2}{1-\lambda} \frac{2^{1-\lambda}}{r_{12}^{1-\lambda}}$$

$$\int\limits_{\sigma-\sigma_0} \frac{d\sigma}{r^2} \leqq 4\pi \frac{2}{r_{12}} + 2 \frac{2}{r_{12}},$$

also nach (16.):

$$
(18.)\quad \begin{cases}
\displaystyle \left| \int\limits_{\sigma-\sigma_0} \{H(\psi) - H(\varphi)\} \frac{d\zeta}{\zeta(z-\zeta)^2} \right| < \left(4\pi + \frac{4\pi+4}{1-\lambda}\right) \frac{1}{r_1} \cdot B r_{12}^{\lambda}, \\
\displaystyle \left| \int\limits_{\sigma-\sigma_0} \{H(\varphi) - H(\psi_1)\} \frac{d\zeta}{\zeta(z-\zeta)^2} \right| < \frac{8\pi+4}{r_{12}} \cdot B r_{12}^{\lambda}
\end{cases}
$$

und der Ausdruck (15.) wird, absolut genommen

$$\leqq \left(12\pi + 4 + \frac{4\pi+4}{1-\lambda}\right) \frac{\pi}{2} \cdot B r_{12}^{\lambda}. \text{[2]}$$

Es wird daher im ganzen:

$$|F'(z_2) - F'(z_1)| < \left[\frac{2}{\lambda}(9\pi+3) + 7 + \frac{\pi}{2}(12\pi+4) + \frac{4}{1-\lambda} \frac{\pi(\pi+1)}{2} \right] B r_{12}^{\lambda}$$

[1] In bezug auf das Vorzeichen ist zu bedenken, daß $a \to b$ die positive Richtung des Kurvenstückes σ_0, also $b \to a$ die positive Richtung des Kurvenstückes $\sigma - \sigma_0$ ist.

[2] Es ist:

$$\frac{\int\limits_{z_1}^{z_2} |dz|}{r_{12}} \leqq \frac{\pi}{2},$$

da $\dfrac{\alpha}{\sin\alpha}$ von $\alpha = 0$ bis $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ monoton wächst.

oder:

$$(19.)\qquad |F'(z_2)-F'(z_1)| \overline{\gtrless} c_2 B r_{12}^{\lambda},$$

wo wir jedenfalls:

$$(20.)\qquad c_2 \overline{\gtrless} \alpha + \frac{\beta}{\lambda} + \frac{\gamma}{1-\lambda}$$

setzen können, wenn

$$(21.)\qquad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 7 + 2\pi(3\pi+1), \\ \beta = \quad\; 6\;(3\pi+1), \\ \gamma = \quad 2\pi(\;\pi+1). \end{array} \right.$$

II. Ist $f(\psi)$ eine gegebene Funktion der Stelle auf der Kreisperipherie, welche derart stetig ist, daß für zwei beliebige Punkte ψ_1 und ψ_2 der Kreisperipherie in dem Abstande r_{12}:

$$(22.)\qquad |f(\psi_2)-f(\psi_1)| \overline{\gtrless} B r_{12}^{\lambda},$$

wo B eine endliche Konstante, λ eine von Null verschiedene, positive Zahl bezeichnet, die kleiner als 1 ist, und verstehen wir unter $F(x,y)$ die Lösung der ersten Randwertaufgabe der Potentialtheorie für das Innere des Kreises bei den Randwerten f an der Kreisperipherie, so besteht für zwei beliebige Punkte (x_1, y_1) und (x_2, y_2) im Innern der Kreisfläche (mit Einschluß der Begrenzung) die Ungleichheitsbeziehung:

$$(23.)\qquad |F(x_2, y_2) - F(x_1, y_1)| \overline{\gtrless} c B r_{12}^{\lambda},$$

wo r_{12} die Entfernung der Punkte (x_1, y_1) und (x_2, y_2), c eine endliche Zahl bezeichnet, welche nur von λ abhängt. —

Wir geben der Behauptung zunächst wieder eine etwas andere Form, ohne ihren Sinn zu ändern:

Es bezeichne

$$z = x + iy = re^{i\varphi}$$

eine komplexe, veränderliche Größe, deren Veränderlichkeit auf das Innere der Kreisfläche:

$$x^2 + y^2 \overline{\gtrless} 1$$

mit Einschluß der Begrenzung derselben beschränkt ist. Es sei:

$$\zeta = e^{i\psi}$$

eine zweite komplexe, veränderliche Größe, deren Veränderlichkeit auf die Begrenzung der Kreisfläche beschränkt ist.

Es bezeichne $f(\psi)$ eine für alle Werte des reellen Argumentes ψ endliche, stetige und eindeutige reelle Funktion, welche bei Vermehrung des Argu-

mentes um 2π periodisch in sich zurückkehrt und überdies die Eigenschaft hat, daß, wenn ψ_1 und ψ_2 irgend zwei Argumentwerte bezeichnen, die Beziehung gilt:

$$|f(\psi_2)-f(\psi_1)| \leqq B\,|2\sin\tfrac{1}{2}(\psi_2-\psi_1)|^\lambda,$$

wobei B eine endliche Konstante und λ eine von 0 verschiedene positive Zahlgröße bezeichnet, die kleiner als 1 ist.

Seien schließlich:

$$z_1 = \varrho_1 e^{i\psi_1} = x_1 + iy_1,$$
$$z_2 = \varrho_2 e^{i\psi_2} = x_2 + iy_2,$$

irgend zwei Punkte im Innern der Kreisfläche (mit Einschluß der Begrenzung), so erfüllt die Funktion:

$$F(z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} f(\psi)\,\frac{e^{i\psi}+z}{e^{i\psi}-z}\,d\psi, \tag{24.}$$

welche für das Innere der Kreisfläche stetig und eindeutig erklärt ist und deren reeller Teil an der Kreisperipherie $f(\varphi)$ wird[1], die Ungleichheitsbeziehung:

$$|F(z_2)-F(z_1)| \leqq \alpha B r_{12}^\lambda, \tag{25.}$$

wo α eine lediglich von λ abhängende endliche Zahl und

$$r_{12} = \sqrt{\varrho_1^2+\varrho_2^2-2\varrho_1\varrho_2\cos(\psi_2-\psi_1)} = |z_2-z_1| \tag{26.}$$

den Abstand der Punkte z_1, z_2 bezeichnet.

Zum Beweise bemerken wir, daß wir die Differenz

$$F(z_2)-F(z_1)$$

auch so schreiben können:

$$\left\{\begin{aligned} F(z_2)-F(z_1) &= f(\psi_2)-f(\psi_1)+\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi}[f(\psi)-f(\psi_2)]\,\frac{e^{i\psi}+z_2}{e^{i\psi}-z_2}\,d\psi \\ &\quad -\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi}[f(\psi)-f(\psi_1)]\,\frac{e^{i\psi}+z_1}{e^{i\psi}-z_1}\,d\psi \\ &= 2\{f(\psi_2)-f(\psi_1)\}+\frac{1}{\pi i}\int[f(\psi)-f(\psi_2)]\,\frac{d\zeta}{\zeta-z_2} \\ &\quad -\frac{1}{\pi i}\int[f(\psi)-f(\psi_1)]\,\frac{d\zeta}{\zeta-z_1}\,. \end{aligned}\right. \tag{27a.}$$

[1] H. A. Schwarz, Zur Integration der partiellen Differentialgleichung $\Delta u = 0$. Ges. Abhandl. Bd. II, S. 185ff.

oder aber auch in der Form:

$$(27\text{b.})\qquad F(z_2)-F(z_1)=\frac{z_2-z_1}{\pi i}\int\frac{f(\psi)-f(\psi_2)}{(\zeta-z_1)(\zeta-z_2)}\,d\zeta\,.$$

Wir werden im Folgenden einmal von der Form (27a.), ein anderes Mal von der Form (27b.) Gebrauch machen.

Der Punkt z_2 sei derjenige, für welchen

$$(28.)\qquad \varrho_2>\varrho_1\,.$$

Wir konstruieren um z_2 als Zentrum den Kreis mit dem Radius $2r_{12}$ und unterscheiden 2 Fälle:

1. Fall. Der soeben konstruierte Kreis liegt ganz im Innern des ursprünglichen Kreises:

$$1-\varrho_2\geqq 2r_{12}\,.$$

2. Fall. Ein Teil σ_0 des ursprünglichen Kreises liegt im Innern des konstruierten Kreises:

$$1-\varrho_2\leqq 2r_{12}\,.$$

Den Fall:

$$1-\varrho_2=2r_{12}$$

wollen wir nach Belieben dem ersten oder zweiten Falle unterordnen.

Im ersten Falle legen wir für die Differenz

$$F(z_2)-F(z_1)$$

die Form (27b.) zugrunde und bemerken, es ist, wenn wir mit ζ_2 den Punkt

$$\zeta_2=e^{i\psi_2}$$

bezeichnen:

$$\begin{aligned}|f(\psi)-f(\psi_2)|&<B\,|\zeta-\zeta_2|^{\lambda}\,,\\ |\zeta-\zeta_2|&<|\zeta-z_2|+|z_2-\zeta_2|<2\,|\zeta-z_2|\,,\\ |\zeta-z_1|&>\tfrac{1}{2}\,|\zeta-z_2|\,^{1}.\end{aligned}$$

Es folgt somit:

$$|F(z_2)-F(z_1)|\leqq\frac{2^{1+\lambda}}{\pi}\,Br_{12}\int_{\sigma}\frac{d\sigma}{|\zeta-z_2|^{2-\lambda}}\,.$$

[1] Denn es ist:

$$\begin{aligned}|\zeta-z_2|&<|\zeta-z_1|+r_{12}\,,\\ &<2\,|\zeta-z_1|\,.\end{aligned}$$

Bezeichnen wir mit r die Entfernung und Richtung $\zeta \to z_2$, mit ν die innere Normale des Kreises im Punkte ζ, so ist identisch (vgl. die erste Formel (17.)):

$$\int \frac{d\sigma}{|\zeta - z_2|^{2-\lambda}} \equiv \frac{1}{1-\lambda} \int \left\{ (2-\lambda) \frac{\cos(r\nu)}{r^{1-\lambda}} - r^{\lambda} \right\} \frac{\cos(r\nu)}{r} d\sigma$$

und folglich

$$\leqq \frac{2-\lambda}{1-\lambda} \frac{2\pi}{(2r_{12})^{1-\lambda}},$$

daher:

$$|F(z_2) - F(z_1)| \leqq \frac{16}{1-\lambda} B r_{12}^{\lambda}. \tag{28'.}$$

In dem zweiten Falle nennen wir das Stück des ursprünglichen Kreises, welches im Innern des konstruierten Kreises liegt, σ_0 und schreiben die Formel (27a.) in folgender Weise:

$$\left\{ \begin{aligned} F(z_2) - F(z_1) &= 2\{f(\psi_2) - f(\psi_1)\} \left\{ 1 - \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma - \sigma_0} \frac{d\zeta}{\zeta - z_2} \right\} \\ &+ \left[\frac{1}{\pi i} \int_{\sigma_0} \frac{f(\psi) - f(\psi_2)}{\zeta - z_2} d\zeta - \frac{1}{\pi i} \int_{\sigma_0} \frac{f(\psi) - f(\psi_1)}{\zeta - z_1} d\zeta \right] \\ &+ \left[\frac{1}{\pi i} \int_{\sigma - \sigma_0} \frac{f(\psi) - f(\psi_1)}{\zeta - z_2} d\zeta - \frac{1}{\pi i} \int_{\sigma - \sigma_0} \frac{f(\psi) - f(\psi_1)}{\zeta - z_1} d\zeta \right]. \end{aligned} \right. \tag{29.}$$

Wir bezeichnen mit ζ_1 und ζ_2 die Punkte:

$$\zeta_1 = e^{i\psi_1}, \quad \zeta_2 = e^{i\psi_2},$$

dann ist:

$$2|f(\psi_2) - f(\psi_1)| \leqq 2B |\zeta_2 - \zeta_1|^{\lambda},$$

und da

$$|\zeta_2 - \zeta_1| \leqq |\zeta_1 - z_1| + |\zeta_2 - z_1| \leqq 2|\zeta_2 - z_1| \leqq 6 r_{12},$$

so folgt:

$$2|f(\psi_2) - f(\psi_1)| \leqq 12 B r_{12}^{\lambda}.$$

Es ist ferner identisch:

$$\frac{1}{i} \int_{\sigma - \sigma_0} \frac{d\zeta}{\zeta - z_2} = \int_{\sigma - \sigma_0} \frac{\cos(r\nu)}{r} d\sigma.$$

wenn r die Entfernung und Richtung $\zeta \to z_2$ und ν die innere Normale des Kreises im Punkte ζ bezeichnet; da jedenfalls:

$$0 \overline{\overline{<}} 1 - \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\sigma_0} \frac{\cos(r\nu)}{r} \, d\sigma \overline{\overline{<}} \tfrac{1}{2} ,$$

so wird:

$$(30.) \qquad \left| 2 \{ f(\psi_2) - f(\psi_1) \} \left\{ 1 - \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{\sigma - \sigma_1} \frac{d\zeta}{\zeta - z_2} \right\} \right| \overline{\overline{<}} 6 B r_{12}^{\lambda} .$$

In bezug auf den Ausdruck in der zweiten Zeile der Formel (29.) bemerken wir, es ist:

$$| f(\psi) - f(\psi_2) | < B \, | \zeta - \zeta_2 |^{\lambda} ,$$
$$| f(\psi) - f(\psi_1) | \overline{\overline{<}} B \, | \zeta - \zeta_1 |^{\lambda} ,$$

und da:

$$| \zeta - \zeta_2 | < | \zeta - z_2 | + | \zeta_2 - z_2 | < 2 \, | \zeta - z_2 | ,$$
$$| \zeta - \zeta_1 | < | \zeta - z_1 | + | \zeta_1 - z_1 | < 2 \, | \zeta - z_1 | ,$$

folgt:

$$\left| \frac{1}{\pi i} \int\limits_{\sigma_0} \frac{f(\psi) - f(\psi_2)}{\zeta - z_2} \, d\zeta - \frac{1}{\pi i} \int\limits_{\sigma_0} \frac{f(\psi) - f(\psi_1)}{\zeta - z_1} \, d\zeta \right| \overline{\overline{<}} \frac{B}{\pi} \left\{ \int\limits_{\sigma_0} \frac{| d\zeta |}{| \zeta - z_2 |^{1-\lambda}} + \int\limits_{\sigma_0} \frac{| d\zeta |}{| \zeta - z_1 |^{1-\lambda}} \right\} .$$

Mit Rücksicht auf die Identität (13.) ist, da:

$$| \zeta - z_2 | \text{ sowohl } \overline{\overline{<}} 2 , \qquad \text{als auch } \overline{\overline{<}} 2 r_{12} ,$$
$$| \zeta - z_1 | \text{ sowohl } \overline{\overline{<}} 1 , \qquad \text{als auch } \overline{\overline{<}} 3 r_{12} :$$

$$\int\limits_{\sigma_0} \frac{| d\zeta |}{| \zeta - z_2 |^{1-\lambda}} \overline{\overline{<}} \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2 \cdot (2 r_{12})^{\lambda} + \frac{2}{\lambda} (2 r_{12})^{\lambda} \overline{\overline{<}} \frac{8\pi + 4}{\lambda} r_{12}^{\lambda} ,$$

$$\int\limits_{\sigma_0} \frac{| d\zeta |}{| \zeta - z_1 |^{1-\lambda}} \overline{\overline{<}} \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2 \cdot (3 r_{12})^{\lambda} + \frac{2}{\lambda} (3 r_{12})^{\lambda} \overline{\overline{<}} \frac{12\pi + 6}{\lambda} r_{12}^{\lambda} ,$$

somit:

$$(31.) \qquad \left| \frac{1}{\pi i} \int\limits_{\sigma_0} \frac{f(\psi) - f(\psi_2)}{\zeta - z_2} \, d\zeta - \frac{1}{\pi i} \int\limits_{\sigma_0} \frac{f(\psi) - f(\psi_1)}{\zeta - z_1} \, d\zeta \right| \overline{\overline{<}} \frac{10}{\lambda} \left(2 + \frac{1}{\pi} \right) B r_{12}^{\lambda} .$$

Dem übrigbleibenden Ausdruck auf der rechten Seite der Gleichung (29.) geben wir die Form:

$$\frac{1}{\pi i} \int\limits_{z_1}^{z_2} \int\limits_{\sigma - \sigma_0} \frac{f(\psi) - f(\psi_1)}{(\zeta - z)^2} \, d\zeta \, dz$$

und integrieren nach z über die Verbindungsgerade $z_1 z_2$. Ist z irgendein Punkt dieser Verbindungsgeraden, ζ irgend ein Punkt des Kurvenstückes $\sigma - \sigma_0$, so ist jedenfalls:

$$\begin{aligned}|\zeta-\zeta_1| &< |\zeta-z_1|+|z_1-\zeta_1| < 2\,|\zeta-z_1| \\ &< 2\,|\zeta-z|+2\,|z_1-z| \\ &< 4\,|\zeta-z|\,.\end{aligned}$$

daher:

$$|f(\psi)-f(\psi_1)| \leqq B\,|\zeta-\zeta_1|^{\lambda} \leqq 4B\,|\zeta-z|^{\lambda}\,,$$

und es folgt:

$$\left|\frac{1}{\pi i}\int\limits_{\sigma-\sigma_0}\frac{f(\psi)-f(\psi_1)}{\zeta-z_2}\,d\zeta-\frac{1}{\pi i}\int\limits_{\sigma-\sigma_0}\frac{f(\psi)-f(\psi_1)}{\zeta-z_1}\,d\zeta\right| \leqq \frac{4B}{\pi}\int\limits_{z_1}^{z_2}\int\limits_{\sigma-\sigma_0}\frac{d\sigma}{|\zeta-z|^{2-\lambda}}\,|dz|\,.$$

Nun ist, mit Rücksicht auf die erste Identität (17):

$$\int\limits_{\sigma-\sigma_0}\frac{d\sigma}{|\zeta-z|^{2-\lambda}} \leqq 2\pi\,\frac{2-\lambda}{1-\lambda}\cdot\frac{1}{r_{12}^{1-\lambda}}+\frac{2}{1-\lambda}\cdot\frac{1}{r_{12}^{1-\lambda}} \leqq \frac{1}{r_{12}}\,\frac{4\pi+2}{1-\lambda}\,r_{12}^{\lambda}\,,$$

somit ist:

$$\left|\frac{1}{\pi i}\int\limits_{\sigma-\sigma}\frac{f(\psi)-f(\psi_1)}{\zeta-z_2}\,d\zeta-\frac{1}{\pi i}\int\limits_{\sigma-\sigma}\frac{f(\psi)-f(\psi_1)}{\zeta-z_1}\,d\zeta\right| \leqq \left(16+\frac{8}{\pi}\right)\frac{1}{1-\lambda}\,B r_{12}^{\lambda}\,, \tag{32.}$$

und nach (29.), (30.), (31.), (32.) bzw. (28′.) sowohl im ersten als auch im zweiten Falle:

$$|F(z_2)-F(z_1)| \leqq \left(\alpha+\frac{\beta}{\lambda}+\frac{\gamma}{1-\lambda}\right)B r_{12}^{\lambda}\,, \tag{33.}$$

wo:

$$\left\{\begin{aligned}\alpha &= 6\,, \\ \beta &= 20+\frac{10}{\pi}\,, \\ \gamma &= 16+\frac{8}{\pi}\,.\end{aligned}\right. \tag{34.}$$

Folgerungen aus den Sätzen I und II.

Folgerung 1. Bei den Voraussetzungen des Satzes I gilt die Ungleichheitsbeziehung:

$$|D_1 V(x_2, y_2)-D_1 V(x_1, y_1)| \leqq \beta\, B r_{12}^{\lambda}\,,[1] \tag{35.}$$

[1] Wenn wir

$$\Phi(z) = \frac{1}{i}\int\limits_{-\pi}^{+\pi} H(\psi)\,\frac{d\zeta}{\zeta(z-\zeta)} \tag{35a.}$$

setzen:

$$|\Phi(z_2)-\Phi(z_1)| \leqq \beta B\,|z_2-z_1|^{\lambda}\,. \tag{35b.}$$

in der β eine endliche, lediglich von λ abhängende Zahl bezeichnet, für irgend zwei Punkte (x_1, y_1) und (x_2, y_2) des Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung) in der Entfernung r_{12}.

Folgerung 2. Nehmen wir zu den Voraussetzungen des Satzes II über die Funktion $f(\psi)$ noch die Voraussetzung hinzu, daß die erste Ableitung der Funktion $f(\psi)$, also die Funktion $f'(\psi)$ nicht bloß existiert und auf der Kreisperipherie eindeutig und stetig ist, sondern auch für irgend zwei Argumente ψ_1, ψ_2 der Ungleichheitsbedingung genügt:

$$(36.) \qquad |f'(\psi_2) - f'(\psi_1)| \overline{\gtrless} B' \left|2 \sin \tfrac{1}{2}(\psi_2 - \psi_1)\right|^\lambda, \quad \begin{pmatrix} B' \text{ endliche Konstante} \\ 0 < \lambda < 1. \end{pmatrix}$$

so genügen die ersten Ableitungen der Lösungen $F(x, y)$ der ersten Randwertaufgabe der Potentialtheorie für das Innere des Kreises bei den Randwerten $f(\psi)$ der Ungleichheitsbedingung:

$$(37.) \qquad \left|\frac{\partial F}{\partial s}\right| \overline{\gtrless} \alpha B',$$

in der s eine beliebige Richtung, α eine endliche, lediglich von λ abhängende Zahl bezeichnet, für jeden Punkt im Innern des Kreises (mit Einschluß der Begrenzung). Es ist ferner für zwei beliebige Punkte (x_1, y_1) und (x_2, y_2) des Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung) im Abstande r_{12}:

$$(38.) \qquad \left|\frac{\partial F}{\partial s}(x_2, y_2) - \frac{\partial F}{\partial s}(x_1, y_1)\right| \overline{\gtrless} \beta B' r_{12}^\lambda,$$

wo wieder β eine endliche, lediglich von λ abhängende Zahl bezeichnet.

Es ist in der Tat, wenn wir mit r die Entfernung und Richtung

$$d\sigma \rightarrow (x, y),$$

mit ν die innere Normale von $d\sigma$ bezeichnen:

$$(39.) \qquad F(x, y) = \frac{1}{\pi}\int\limits_\sigma f(\psi)\frac{\cos(r\nu)}{r}\,d\sigma - \frac{1}{2\pi}\int\limits_\sigma f(\psi)\,d\psi,$$

daher, wenn wir mit s eine beliebige Richtung bezeichnen und unter $\frac{\partial}{\partial s}$ das Symbol

$$\frac{\partial(-)}{\partial s} = \frac{\partial(-)}{\partial x}\cos(sx) + \frac{\partial(-)}{\partial y}\cos(sy)$$

verstehen:

$$(40.) \qquad \frac{\partial F}{\partial s} = \frac{1}{\pi}\frac{\partial}{\partial s}\int\limits_\sigma f(\psi)\frac{\cos(r\nu)}{r}\,d\sigma.$$

Nun besteht die Identität[1]:

$$(41.)\qquad \frac{\partial}{\partial s}\int_{\tau} f(\psi)\frac{\cos(r\nu)}{r}\,d\sigma = \int_{\tau} f'(\psi)\,\frac{\cos(r\nu)\cos(s\sigma)-\cos(r\sigma)\cos(s\nu)}{r}\,d\sigma\,,$$

wenn σ die positive Richtung des Elementes $d\sigma$ bezeichnet. Die rechte Seite in (41.) ist eine Ableitung des logarithmischen Kurvenpotentials

$$\int_{\tau} f'(\psi)\ln r\,d\sigma$$

nach einer zu s senkrechten Richtung, somit ergibt der Satz I und die Folgerung (1.) unmittelbar die Behauptung.

Der Folgerung (2.) können wir die folgende Form geben: Es ist, wenn wir wieder:

$$(42.)\qquad F(z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} f(\psi)\,\frac{e^{i\psi}+z}{e^{i\psi}-z}\,d\psi$$

setzen:

$$(43.)\qquad |F'(z)| < aB'\,,$$

$$(44.)\qquad |F'(z_2)-F'(z_1)| \lesseqgtr bB'\,|z_2-z_1|^{\lambda}\,,$$

bei den Voraussetzungen, welche wir in der Folgerung (2.) zugrunde gelegt haben; dabei sind a und b endliche Zahlen, die lediglich von λ abhängen.

In der Tat, es ist sowohl der reelle als auch der imaginäre Teil von $|F'(z)|$ einer ersten Ableitung der Funktion (39.) gleich, so daß die Beziehungen (43.), (44.) aus (37.), (38.) folgen.

Wir können das Resultat sofort in folgender Weise erweitern:

Ist

$$\Phi(z) = \Phi(x+iy)$$

eine im Innern des Kreises reguläre Funktion der komplexen Variabeln

$$z = x + iy\,,$$

eine Funktion, welche bei unendlicher Annäherung des Punktes z an die Kreisperipherie gleichmäßig gegen bekannte[2] Randwerte

$$f(\psi) = f_1(\psi) + if_2(\psi)$$

[1] Dieselbe ergibt sich ohne weiteres aus der Formel (60.) S. 38 des II. Bandes meines Lehrbuchs der Potentialtheorie.

[2] Diese Randwerte sind natürlich nicht willkürlich gegeben.

konvergiert, von denen wir wissen, daß sie mit ihren ersten Ableitungen nach ψ eindeutig und stetig sind, daß ferner die ersten Ableitungen von $f(\psi)$ für irgend zwei Punkte:

$$\zeta_1 = e^{i\psi_1}, \quad \zeta_2 = e^{i\psi_2},$$

der Ungleichheitsbedingung genügen:

$$(45.) \qquad |f'(\psi_2) - f'(\psi_1)| \overline{\gtrless} A\, |\zeta_2 - \zeta_1|^{\lambda}, \qquad \left(\begin{matrix} A \text{ endliche Konstante} \\ 0 < \lambda < 1, \end{matrix}\right)$$

so ist für jeden Punkt z des Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung):

$$(46.) \qquad \Phi'(z) \overline{\gtrless} aA$$

und für irgend zwei Punkte z_1, z_2 des Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung):

$$(47.) \qquad |\Phi'(z_2) - \Phi'(z_1)| \overline{\gtrless} bA\, |z_2 - z_1|^{\lambda},$$

wo a und b endliche Zahlen bezeichnen, die lediglich von λ abhängen.

Folgerung 3. Nehmen wir zu den Voraussetzungen des Satzes I über die Funktion $H(\psi)$ hinzu, daß auch die ersten Ableitungen

$$H'(\psi)$$

auf der Kreisperipherie eindeutig und stetig sein und für irgend zwei Punkte ψ_1 und ψ_2 der Kreisperipherie die Bedingung:

$$(48.) \qquad |H'(\psi_2) - H'(\psi_1)| \overline{\gtrless} B\, |2 \sin \tfrac{1}{2}(\psi_2 - \psi_1)|^{\lambda}, \qquad \left(\begin{matrix} B \text{ endliche Konstante} \\ 0 < \lambda < 1 \end{matrix}\right)$$

erfüllen sollen, dann genügen die zweiten Ableitungen des logarithmischen Kurvenpotentials

$$(49.) \qquad V = \int_c H(\psi) \ln r\, d\sigma$$

der Ungleichheitsbedingung:

$$(50.) \qquad |D_2 V| \overline{\gtrless} g_1 B + g_2 M$$ [1]

[1] $D_2 V$ steht zur Abkürzung für $\dfrac{\partial^2 V}{\partial s_1 \partial s_2}$, wobei s_1, s_2 zwei beliebige Richtungen, $\dfrac{\partial}{\partial s_1}, \dfrac{\partial}{\partial s_2}$ die Symbole:

$$\frac{\partial(-)}{\partial s_{1(2)}} = \frac{\partial(-)}{\partial x} \cos(s_{1(2)} x) + \frac{\partial(-)}{\partial y} \cos(s_{1(2)} y)$$

bezeichnen.

im ganzen Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung), wobei wir mit M den größten Wert von $|H'(\psi)|$ auf der Kreisperipherie bezeichnen und g_1, g_2 zwei endliche Zahlen sind, welche lediglich von λ abhängen. Es ist ferner für irgend 2 Punkte (x_1, y_1) und (x_2, y_2) des Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung) im Abstande r_{12}

$$(51.) \qquad |D_2 V(x_2, y_2) - D_2 V(x_1, y_1)| \leqq (g_3 B + g_4 M) r_{12}^{\lambda},$$

wo wieder g_3, g_4 endliche Zahlen sind, welche lediglich von λ abhängen. —

Es besteht in der Tat, wenn s_1 irgendeine Richtung bezeichnet, σ die positive Richtung des Elements $d\sigma$, ν die Richtung der inneren Normalen des Elements $d\sigma$, r die Entfernung und Richtung:

$$d\sigma \rightarrow (xy)$$

ist, die Identität:[1]

$$\frac{\partial V}{\partial s_1} = \int_{\tau} H(\psi) \cos(\nu s_1) \frac{\cos(r\nu)}{r} d\sigma + \int_{\tau} [H'(\psi)\cos(s_1 \sigma) + H(\psi)\cos(s_1 \nu)] \ln r \, d\sigma,$$

die wir, wenn ψ_0 irgendeinen festen Wert des Argumentes ψ bezeichnet, auch so schreiben können:

$$(52.) \quad \frac{\partial V}{\partial s_1} = \int_{\tau} \{H(\psi) - H(\psi_0)\} \cos(\nu s_1) \frac{\cos(r\nu)}{r} d\sigma + \int_{\tau} [H'(\psi)\cos(s_1\sigma) + \{H(\psi) - H(\psi_0)\}\cos(s_1\nu)] \ln r \, d\sigma;$$

es setzt sich also $\frac{\partial V}{\partial s_1}$ zusammen aus einem logarithmischen Kurvenpotential:

$$\int_{\tau} \eta \ln r \, d\sigma, \quad \text{wo } \eta = H'(\psi)\cos(s_1\sigma) + \{H(\psi) - H(\psi_0)\}\cos(s_1\nu),$$

aus der Lösung der ersten Randwertaufgabe der Potentialtheorie für das Kreisinnere bei den Randwerten

$$f(\psi) = \pi [H(\psi) - H(\psi_0)] \cos(s_1 \nu),$$

und einer Konstanten.

Nach Satz I, Folgerung 1 und 2 wird sich, da für irgend zwei Punkte ψ_1 und ψ_2 der Kreisperipherie:

$$|\eta(\psi_2) - \eta(\psi_1)| \leqq (k_1 B + k_2 M) r_{12}^{\lambda}, \quad |f(\psi_2) - f(\psi_1)| \leqq (k_3 B + k_4 M) r_{12}^{\lambda},$$

k_1, k_2, k_3, k_4 vier endliche Zahlen, die nur von λ abhängen,

unmittelbar die Behauptung ergeben.

[1] Vgl. mein Lehrbuch der Potentialtheorie B. II, Formel 55 auf S. 35.

Wir können die Folgerung (4.) wieder in folgender Weise erweitern: Ist

$$\Phi(z) = \Phi(x + iy)$$

eine im Innern des Kreises reguläre Funktion der komplexen Variabeln

$$z = x + iy,$$

eine Funktion, welche bei unendlicher Annäherung des Punktes z an die Kreisperipherie gleichmäßig gegen bekannte Randwerte:

$$f(\psi) = f_1(\psi) + if_2(\psi)$$

konvergiert, von denen wir wissen, daß sie mit ihren ersten und zweiten Ableitungen nach ψ eindeutig und stetig sind, daß ferner die zweiten Ableitungen von $f(\psi)$ für irgend zwei Punkte

$$\zeta_1 = e^{i\psi_1}, \quad \zeta_2 = e^{i\psi_2}$$

der Ungleichheitsbedingung genügen:

$$(53.) \qquad |f''(\psi_2) - f''(\psi_1)| \leqq A\,|\zeta_2 - \zeta_1|^\lambda, \qquad \begin{array}{c} A \text{ endliche Konstante} \\ 0 < \lambda < 1, \end{array}$$

so ist für jeden Punkt z des Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung):

$$(54.) \qquad |\Phi''(z)| < g_1 A + g_2 M,$$

wo M den Maximalwert von $|f'(\psi)|$ und g_1, g_2 endliche Zahlen bezeichnen, die lediglich von λ abhängen; es ist ferner für irgend zwei Punkte z_1, z_2 des Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung):

$$(55.) \qquad |\Phi''(z_2) - \Phi''(z_1)| \leqq (g_3 A + g_4 M)\,|z_2 - z_1|^\lambda,$$

wo wieder g_3, g_4 endliche Zahlen bezeichnen, die lediglich von λ abhängen.

II. Abschnitt.

Untersuchungen über logarithmische Flächenpotentiale.

I. Es sei in der xy Ebene ein Kreis vom Radius 1 gegeben und $f(x,y)$ eine Funktion der Stelle x,y, welche im Innern des Kreises (mit Einschluß der Begrenzung) eindeutig und derart stetig ist, daß für irgend zwei Punkte (x_1,y_1) und (x_2,y_2) des Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung) in der Entfernung r_{12}:

$$(1.) \qquad |f(x_2,y_2)-f(x_1,y_1)| \gtreqless Br_{12}^{\lambda},$$

wo B eine endliche Konstante, λ eine von Null verschiedene, positive Zahl bezeichnet, die kleiner als 1 ist; wir bilden das logarithmische Flächenpotential:

$$(2.) \qquad V(x,y) = \int_{\omega} f(\xi,\eta) \ln r \, d\omega,$$

welches über alle Elemente $d\omega(\xi,\eta)$ der Kreisfläche zu erstrecken ist, und in dem r die Entfernung

$$d\omega \to (x,y)$$

bezeichnet. Dann sind die absoluten Werte aller ersten[1] Ableitungen von V:

$$(3.) \qquad |D_1 V| \gtreqless cA,$$

wo A den größten Wert von $|f(x,y)|$, c eine endliche Zahl bezeichnet. Es sind die absoluten Werte aller zweiten Ableitungen von V:

$$(4.) \qquad |D_2 V| \gtreqless c_1 A + c_2 B,$$

wo c_1 und c_2 zwei endliche Zahlen bezeichnen, die lediglich von λ abhängen. Die zweiten Ableitungen von V sind im Innern des Kreises (mit Einschluß der Begrenzung) eindeutig und derart stetig, daß für irgend zwei Punkte

[1] Für diese Behauptung ist die Bedingung (1.) nicht notwendig, sondern bereits die Endlichkeit und Stetigkeit von f hinreichend; man kann die Voraussetzung für diese Behauptung sogar noch weiter fassen, doch kommt es hierauf bei diesen Untersuchungen nicht an.

(x_1, y_1) und (x_2, y_2) des Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung) in der Entfernung r_{12}:

$$(5.)\qquad |D_2 V(x_2, y_2) - D_2 V(x_1, y_1)| \overline{\overline{<}}\, c_3 B r_{12}^{\lambda},$$

wo wieder c_3 eine endliche Zahl bezeichnet, die lediglich von λ abhängt. —

Die Behauptungen, welche in den Ungleichheitsbeziehungen (3.) und (4.) liegen, sind nicht neu, doch wollen wir sie auch hier kurz beweisen.

Zunächst sind die absoluten Werte aller erster Ableitungen von V:

$$|D_1 V| < A \int_\omega \frac{d\omega}{r},$$

und es ist identisch, wenn $d\sigma$ ein Element der Kreisperipherie mit der inneren Normalen ν, r die Entfernung und Richtung:

$$d\sigma \rightarrow (x, y)$$

bezeichnet:

$$\int_\omega \frac{d\omega}{r} = \int_\sigma \cos(r\nu)\, d\sigma$$

also:

$$\overline{\overline{<}}\, 2\pi;$$

es folgt somit:

$$(6.)\qquad |D_1 V| \overline{\overline{<}}\, 2\pi A.$$

Damit ist zunächst die Ungleichheitsbeziehung (3.) bewiesen. Es ist weiter das logarithmische Flächenpotential des Kreises, wenn die Dichtigkeit $= 1$ vorausgesetzt wird:

$$(7.)\qquad \overline{V}(x, y) = \int_\omega \ln r\, d\omega = \frac{\pi}{2}\{x^2 + y^2 - 1\},$$

somit stets:

$$(8.)\qquad |D_2 \overline{V}| \overline{\overline{<}}\, \pi,$$

und da:

$$D_2 V(x, y) = \int_\omega \{f(\xi, \eta) - f(x, y)\}\, D_2 \ln r\, d\omega + f(x, y)\, D_2 \overline{V}(x, y),$$

so folgt mit Rücksicht auf (1.) und (8.):

$$|D_2 V| \overline{\overline{<}} \int_\omega B r^{\lambda} \frac{3}{r^2}\, d\omega + \pi A$$

oder:

$$|D_2 V| \overline{\overline{<}} \pi A + 3B \int_\omega \frac{d\omega}{r^{2-\lambda}}.$$

Nun ist identisch, wenn $d\sigma$ ein Element der Kreisperipherie mit der inneren Normalen ν, r die Entfernung und Richtung

$$d\sigma \rightarrow (x\,, y)$$

bezeichnet:

$$\int_\omega \frac{d\omega}{r^{2-\lambda}} \equiv \frac{1}{\lambda} \int_\sigma r^\lambda \frac{\cos(r\nu)}{r}\, d\sigma \tag{9.}$$

[1]

also

$$< \frac{4\pi}{\lambda},$$

und:

$$|D_2 V| \overline{\overline{<}} \pi A + \frac{12\pi}{\lambda} B. \tag{10.}$$

Damit ist auch die Ungleichheitsbeziehung (4.) bewiesen.

Es seien jetzt (x_1, y_1) und (x_2, y_2) irgend zwei Punkte des Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung) in der Entfernung r_{12}; wir konstruieren um den Punkt (x_2, y_2) den Kreis mit dem Radius $2r_{12}$ und nennen den Teil des ursprünglichen Kreises, der im Innern des konstruierten Kreises liegt, ω_0, dann ist:

$$\left\{\begin{aligned} D_2 V(x_2, y_2) - D_2 V(x_1, y_1) = {} & f(x_1, y_1)\{D_2 V(x_2, y_2) - D_2 V(x_1, y_1)\} \\ & + \{f(x_2, y_2) - f(x_1, y_1)\} D_2 V_0(x_2, y_2) \\ + \int_{\omega_0} \{f(\xi, \eta) - f(x_2, y_2)\} D_2 \ln r(x_2, y_2)\, d\omega & - \int_{\omega_0} \{f(\xi, \eta) - f(x_1, y_1)\} D_2 \ln r(x_1, y_1)\, d\omega \\ + \int_{\omega - \omega_0} \{f(\xi, \eta) - f(x_1, y_1)\} D_2 \ln r(x_2, y_2)\, d\omega & - \int_{\omega - \omega_0} \{f(\xi, \eta) - f(x_1, y_1)\} D_2 \ln r(x_1, y_1)\, d\omega, \end{aligned}\right. \tag{11.}$$

wo:

$$\left\{\begin{aligned} V &= \int_\omega \ln r\, d\omega, \\ V_0 &= \int_{\omega_0} \ln r\, d\omega \end{aligned}\right. \tag{12.}$$

gesetzt ist und unter $D_2 \ln r(x_2, y_2)$ bzw. $D_2 \ln r(x_1, y_1)$ die zweiten Ableitungen von $\ln r$ im Punkte (x_2, y_2) bzw. (x_1, y_1) zu verstehen sind.

[1] Vgl. mein Lehrbuch der Potentialtheorie Bd. II, S. 42–43.

Da nach (7.) die zweiten Ableitungen von V Konstanten sind, ist mit Rücksicht auf (1.):

$$f(x_1, y_1) \{ D_2 V(x_2, y_2) - D_2 V(x_1, y_1) \} = 0, \tag{13.}$$

ferner:

$$\left| \{ f(x_2, y_2) - f(x_1, y_1) \} D_2 \bar{V}_0 (x_2, y_2) \right| \leqq B \left| D_2 V_0 (x_2, y_2) \right| r_{12}^{\lambda}. \tag{14.}$$

Wir wollen zeigen, daß $|D_2 V_0 (x_2, y_2)|$ kleiner ist als eine angebbare positive Zahl. Wenn wir mit $\bar{\sigma}_0$ die Randkurven von ω_0, mit $d\sigma$ ein Element dieser Randkurven, mit ν die innere Normale von $d\sigma$ und mit r die Entfernung und Richtung:

$$d\sigma \rightarrow (x, y)$$

bezeichnen, ist identisch:[1]

$$\frac{\partial V_0}{\partial s_1} = \int_{\bar{\sigma}_0} \cos(s_1 \nu) \ln r \, d\sigma,$$

wo s_1 irgendeine Richtung ist. Die Kurve $\bar{\sigma}_0$ ist entweder ein voller Kreis, oder sie setzt sich aus zwei Kreisbogen σ_0 und σ_0' zusammen, von denen der erste der ursprünglichen Kreisperipherie angehört, der zweite nur Punkte mit dem Abstand $2r_{12}$ von (x_2, y_2) enthält. Es ist daher, wenn s_2 irgendeine zweite Richtung bezeichnet:

$$\left| \frac{\partial^2 V_0}{\partial s_1 \partial s_2} (x_2, y_2) \right| \leqq 2\pi + \left| \frac{\partial}{\partial s_2} \int_{\sigma_0} \cos(s_1 \nu) \ln r (x_2, y_2) \, d\sigma \right| :$$

der zweite Summand rechts fällt fort, wenn $\bar{\sigma}_0$ ein voller Kreis ist. Wir bezeichnen, uns für den Augenblick wieder der Methoden der Theorie der Funktionen einer komplexen Variabeln bedienend, mit z_1, z_2 und ζ die Punkte

$$z_1 = x_1 + i y_1, \quad z_2 = x_2 + i y_2,$$
$$\zeta = \xi + i \eta,$$

mit ζ_0 den Fußpunkt der kürzesten Entfernung des Punktes z von σ_0 und mit ν_0 die innere Normale in ζ_0, dann ist:

$$\cos(s_1 \nu) = \cos(s_1 \nu_0) + |\zeta - \zeta_0| \cos\psi,$$

wo ψ der Winkel ist, den die Richtung s_1 mit der Richtung $\zeta_0 \rightarrow \zeta$ bildet, und:

$$\left| \frac{\partial}{\partial s} \int_{\sigma} \ln r (x_2, y_2) \, d\sigma \right| \leqq \left| \int_{\sigma_0} \frac{d\zeta}{\zeta (z_2 - \zeta)} \right| \leqq 2\pi.$$

[1] Vgl. mein Lehrbuch der Potentialtheorie B. II S. 51, Formeln 86.

Es ist daher:

$$\left| \frac{\partial}{\partial s_2} \int\limits_{\zeta} \cos(s_1 \nu) \ln r(x_2, y_2)\, d\sigma \right| < 2\pi + \int\limits_{\zeta} \frac{|\zeta - \zeta_0|}{r(x_2, y_2)}\, d\sigma,$$

oder, da:

$$|\zeta - \zeta_0| \leqq |\zeta - z_2| + |z_2 - \zeta_0| \leqq 2|\zeta - z_2|,$$
$$r(x_2, y_2) = |\zeta - z_2|:$$
$$\left| \frac{\partial}{\partial s_2} \int\limits_{\zeta} \cos(s_1 \nu) \ln r(x_2, y_2)\, d\sigma \right| \leqq 4\pi.$$

Es ist also sicher:

$$|D_2 V_0(x_2, y_2)| \leqq 6\pi,$$

$$(14'.) \qquad \left| \{ f(x_2, y_2) - f(x_1, y_1) \} D_2 V_0(x_2, y_2) \right| \leqq 6\pi B r_{12}^{\lambda}.$$

Was die dritte Zeile rechts in (11.) anbetrifft, so ist mit Rücksicht auf (1.):

$$\left| \int\limits_{\omega_0} \{ f(\xi, \eta) - f(x_2, y_2) \} D_2 \ln r(x_2, y_2)\, d\omega \right| \leqq \int\limits_{\omega_0} \frac{3B\, d\omega}{r^{2-\lambda}(x_2, y_2)},$$
$$\left| \int\limits_{\omega_0} \{ f(\xi, \eta) - f(x_1, y_1) \} D_2 \ln r(x_1, y_1)\, d\omega \right| \leqq \int\limits_{\omega_0} \frac{3B\, d\omega}{r^{2-\lambda}(x_1, y_1)},$$

und es folgt, wenn man die Formel (9.) auf die Fläche ω_0 anwendet, daß die Beziehungen bestehen:

$$\int\limits_{\omega_0} \frac{d\omega}{r^{2-\lambda}(x_2, y_2)} \leqq \frac{2\pi}{\lambda} (2r_{12})^{\lambda} \leqq \frac{4\pi}{\lambda} r_{12}^{\lambda},$$
$$\int\limits_{\omega_0} \frac{d\omega}{r^{2-\lambda}(x_1, y_1)} \leqq \frac{2\pi}{\lambda} (3r_{12})^{\lambda} \leqq \frac{6\pi}{\lambda} r_{12}^{\lambda}.$$

Somit ergibt sich:

(15.) Der absolute Wert der Summe des dritten und vierten Ausdrucks auf der rechten Seite der Gleichung (11.) ist nicht größer als $\frac{30\pi}{\lambda} B r_{12}^{\lambda}$.

Bezeichnen wir mit $ds(x, y)$ ein Element der Verbindungsgeraden $(x_1, y_1) - (x_2, y_2)$, mit r die Entfernung $d\omega \rightarrow (x, y)$, so können wir dem Ausdrucke in der vierten Zeile rechts in (11.) die Gestalt geben:

$$\int\limits_{(x_1, y_1)}^{(x_2, y_2)} \frac{\partial}{\partial s} \int\limits_{\omega - \omega_0} \left[(f(\xi, \eta) - f(x, y)) + (f(x, y) - f(x_1, y_1)) \right] D_2 \ln r\, d\omega\, ds,$$

und dieser Ausdruck ist mit Rücksicht auf (1.) absolut genommen

$$\leqq 5B \int\limits_{(x_1,y_1)}^{(x_2,y_2)} \int\limits_{(\omega-\omega_0)} (r^\lambda + r_{12}^\lambda) \frac{1}{r^3}\, d\omega\, ds$$

$$5 B r_{12} (F_1 + F_2)\,,$$

wenn wir mit F_1 den größten Wert von

$$\int\limits_{\omega-\omega_0} \frac{d\omega}{r^{3-\lambda}}\,,$$

mit F_2 den größten Wert von

$$r_{12}^\lambda \int\limits_{\omega-\omega_0} \frac{d\omega}{r^3}$$

auf der Geraden $(x_1, y_1) - (x_2, y_2)$ bezeichnen. Nun ist identisch, wenn $d\sigma$ ein Element der Randkurven Σ[1] von $\omega - \omega_0$ bezeichnet [man vergleiche die Identität (9.)]:

$$\int\limits_{\omega-\omega_0} \frac{d\omega}{r^{3-\lambda}} = -\frac{1}{1-\lambda} \int\limits_{\Sigma} \frac{1}{r^{1-\lambda}} \frac{\cos(r\nu)}{r}\, d\sigma\,,$$

$$\int\limits_{\omega-\omega_0} \frac{d\omega}{r^3} = -\int\limits_{\Sigma} \frac{1}{r} \frac{\cos(r\nu)}{r}\, d\sigma\,,$$

somit:

$$F_1 \leqq \frac{2\pi}{1-\lambda} \frac{1}{r_{12}} r_{12}^\lambda\,.$$

$$F_2 \leqq 2\pi \frac{1}{r_{12}} r_{12}^\lambda\,.$$

Es ist daher:

(16.) der absolute Wert der Summe der beiden letzten Ausdrücke auf der rechten Seite der Gleichung (11.) nicht größer als $10\pi \left(1 + \frac{1}{1-\lambda}\right) B r_{12}^\lambda$

und nach (11.), (13.), (14.'), (15.), (16.):

$$(17.) \qquad |D_2 V(x_2, y_2) - D_2 V(x_1, y_1)| \leqq \left(16\pi + \frac{30\pi}{\lambda} + \frac{10\pi}{1-\lambda}\right) B r_{12}^\lambda\colon$$

damit ist auch die letzte Behauptung (5.) bewiesen.

[1] Dieselbe ist entweder ein voller Kreis oder setzt sich aus zwei Kreisbogen zusammen.

II. Es sei in der xy Ebene ein Kreis vom Radius 1 gegeben und $f(x,y)$ eine Funktion der Stelle (x,y), welche im Innern des Kreises (mit Einschluß der Begrenzung) eindeutig und derart stetig ist, daß für irgend zwei Punkte (x_1,y_1) und (x_2,y_2) des Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung) in der Entfernung r_{12}:

$$|f(x_2,y_2)-f(x_1,y_1)| \leqq Br_{12}^{\lambda}, \tag{18.}$$

wo B eine endliche Konstante, λ eine von Null verschiedene, positive Zahl bezeichnet, die kleiner als 1 ist; wir bilden die im Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung) eindeutige und stetige Funktion F der Stelle (x,y), welche im Kreisinnern der partiellen Differentialgleichung genügt:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}=2\pi f, \tag{19.}$$

innerhalb des Kreises (in endlicher Entfernung von der Kreisperipherie) überall stetige erste und endliche und integrable zweite Ableitungen besitzt und bei unendlicher Annäherung an die Kreisperipherie gleichmäßig gegen die Randwerte Null konvergiert[1]. Dann sind die absoluten Werte aller ersten Ableitungen von F:

$$|D_1 F| \leqq bA, \tag{20.}$$

wo A den größten Wert von $|f(x,y)|$, b eine endliche Zahl bezeichnet. Es sind die absoluten Werte aller zweiten Ableitungen von F:

$$|D_2 F| \leqq b_1 A + b_2 B, \tag{21.}$$

wo b_1, b_2 zwei endliche Zahlen bezeichnen, die lediglich von λ abhängen. Die zweiten Ableitungen von F sind im Innern des Kreises (mit Einschluß der Begrenzung) eindeutig und derart stetig, daß für irgend zwei Punkte (x_1,y_1) und (x_2,y_2) des Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung) in der Entfernung r_{12} die Beziehung besteht:

$$|D_2 F(x_2,y_2)-D_2 F(x_1,y_1)| \leqq (b_3 A + b_4 B) r_{12}^{\lambda}, \tag{22.}$$

wo wieder b_3 und b_4 zwei endliche Zahlen bezeichnen, die lediglich von λ abhängen. —

[1] Daß eine, und nur eine, den in dieser Weise gefaßten Bedingungen genügende Funktion $F(x,y)$ existiert, kann hier als bekannt vorausgesetzt werden.

Es ist in der Tat:

$$F = \int_{\omega} f(\xi, \eta) \ln r \, d\omega - \Phi, \tag{23.}$$

wo Φ die Lösung der ersten Randwertaufgabe der Potentialtheorie für das Kreisinnere bei den Randwerten

$$\Phi = \int_{\omega} f(\xi, \eta) \ln r \, d\omega \text{ an der Kreisperipherie} \tag{24.}$$

bezeichnet. Die Funktion F setzt sich daher aus zwei Summanden zusammen; für den ersten ergeben sich die den Ungleichheitsbeziehungen (20.), (21.), (22.) entsprechenden Behauptungen nach Satz I dieses Abschnittes, für den zweiten Summanden Φ nach den Resultaten des 1. Abschnittes.

III. Abschnitt.

Lösung des vorgelegten Problems aus der Theorie der Minimalflächen.

Es handelt sich um die Auffindung einer Funktion $w(x, y)$, welche mit ihren ersten und zweiten Ableitungen im Innern des Kreises

$$x^2 + y^2 = 1 \tag{1.}$$

(mit Einschluß der Begrenzung) endlich, eindeutig und stetig ist, der Differentialgleichung:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\left(1 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right) - 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\left(1 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right) = 0 \tag{2.}$$

genügt und bei unendlicher Annäherung des Punktes (x, y) an die Kreisperipherie gleichmäßig gegen die Randwerte:

$$w = axy \tag{3.}$$

konvergiert. Es ist die Gültigkeit der in der Einleitung angeführten Methode der sukzessiven Annäherung zu beweisen, wenn

$$|a| \leqq \delta \tag{4.}$$

und δ eine angebbare, von Null verschiedene, positive Zahl bezeichnet.

Wir bilden zunächst die Funktion $w_0(x, y)$, welche mit ihren ersten und zweiten Ableitungen im Innern des Kreises (mit Einschluß der Begrenzung) endlich, eindeutig und stetig ist und den Bedingungen genügt:

$$\begin{cases} \Delta w_0 = 0\ , & \text{im Innern des Kreises,} \\ w_0 = xy\ , & \text{an der Kreisperipherie.} \end{cases} \tag{5.}$$

Die Funktion w_0 ist in diesem Falle sofort anzugeben, sie ist $= xy$ im ganzen Kreisinnern, mit Einschluß der Begrenzung. Der Ausdruck:

$$\varrho[w_0] = \left(\frac{\partial w_0}{\partial y}\right)^2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} - 2\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial w_0}{\partial y}\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + \left(\frac{\partial w_0}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \tag{6.}$$

wird:

$$\varrho[w_0] = -2xy\,. \tag{7.}$$

Die Funktion w_0 hat die Eigenschaft, daß die absoluten Werte aller ersten und zweiten Ableitungen:

$$(8.)\qquad \begin{cases} |\, D_1 w_0 \,| \leqq \Gamma_0\,, \\ |\, D_2 w_0 \,| \leqq \Gamma_0\,, \end{cases}$$

wo

$$\Gamma_0 = 1$$

gesetzt werden kann, daß ferner für irgend zwei Punkte (x_1, y_1) und (x_2, y_2) des Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung) im Abstand r_{12}

$$(9.)\qquad \begin{cases} |\, D_1 w_0(x_2, y_2) - D_1 w_0(x_1, y_1) \,| \leqq \Gamma_0 r_{12} \leqq 2\Gamma_0 \sqrt{r_{12}}\,, \\ D_2 w_0(x_2, y_2) - D_2 w_0(x_1, y_1) = 0\,; \end{cases}$$

es ist ferner:

$$(10.)\qquad \begin{cases} |\, \varrho[w_0] \,| \leqq 2\Gamma_0 < 4\Gamma_0\,, \\ |\, \varrho[w_0](x_2, y_2) - \varrho[w_0](x_1, y_1) \,| \leqq 2\Gamma_0 r_{12} \leqq 4\Gamma_0 \sqrt{r_{12}}\,. \end{cases}$$

Wir bilden jetzt die im Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung) mit ihren ersten und zweiten Ableitungen endliche, eindeutige und stetige Funktion:

$$w_1(x, y)\,,$$

welche den Bedingungen genügt:

$$(11.)\qquad \begin{cases} \Delta w_1 = -a^2 \varrho[w_0]\,, \text{ in dem Kreise,} \\ w_1 = 0\,, \text{ an der Kreisperipherie,} \end{cases}$$

dann hat nach Satz II des II. Abschnitts die Funktion w_1 jedenfalls die Eigenschaften:

$$(12.)\qquad \begin{cases} |\, D_1 w_1 \,| \leqq \Gamma_1\,, \\ |\, D_2 w_1 \,| \leqq \Gamma_1\,, \end{cases}$$

$$(13.)\qquad \begin{cases} |\, D_1 w_1(x_2, y_2) - D_1 w_1(x_1, y_1) \,| \leqq \Gamma_1 \sqrt{r_{12}}\,, \\ |\, D_2 w_1(x_2, y_2) - D_2 w_1(x_1, y_1) \,| \leqq \Gamma_1 \sqrt{r_{12}}\,, \end{cases}$$

wo

$$(14.)\qquad \Gamma_1 = \alpha a^2 \cdot 4\Gamma_0$$

zu setzen ist, und α eine angebbare, endliche Zahl[1] bezeichnet, die in keiner Weise von der Art der Funktion w_0 abhängt.

[1] Wir können unter α die mit 2 multiplizierte größte der vier Zahlen b_1, b_2, b_3, b_4 verstehen, welche in dem II. Satze des II. Abschnitts definiert sind.

Nach (12.) ist der Ausdruck:

$$(15.)\qquad |\varrho[w_0+w_1]-\varrho[w_0]| \leqq \Gamma_1(4\Gamma_0^2+8\Gamma_0^2+4\Gamma_0\Gamma_1+8\Gamma_0\Gamma_1+4\Gamma_1^2) \leqq 12\Gamma_1(\Gamma_0+\Gamma_1)^2,$$

denn es ist allgemein:

$$(16.)\qquad \begin{cases} \varrho[\varphi+\psi]-\varrho[\varphi] = \dfrac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\left(\dfrac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 - 2\dfrac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}\dfrac{\partial\varphi}{\partial x}\dfrac{\partial\varphi}{\partial y} + \dfrac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\left(\dfrac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 \\ \qquad + 2\dfrac{\partial\psi}{\partial y}\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\dfrac{\partial\varphi}{\partial y} - 2\left(\dfrac{\partial\psi}{\partial x}\dfrac{\partial\varphi}{\partial y}+\dfrac{\partial\psi}{\partial y}\dfrac{\partial\varphi}{\partial x}\right)\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y} + 2\dfrac{\partial\psi}{\partial x}\dfrac{\partial\varphi}{\partial x}\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} \\ \qquad + \left(\dfrac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} - 2\dfrac{\partial\psi}{\partial x}\dfrac{\partial\psi}{\partial y}\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y} + \left(\dfrac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} \\ \qquad + 2\dfrac{\partial\psi}{\partial y}\dfrac{\partial\varphi}{\partial y}\dfrac{\partial^2\psi}{\partial x^2} - 2\left(\dfrac{\partial\psi}{\partial x}\dfrac{\partial\varphi}{\partial y}+\dfrac{\partial\varphi}{\partial x}\dfrac{\partial\psi}{\partial y}\right)\dfrac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} + 2\dfrac{\partial\psi}{\partial x}\dfrac{\partial\varphi}{\partial x}\dfrac{\partial^2\psi}{\partial y^2} \\ \qquad + \left(\dfrac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2\dfrac{\partial^2\psi}{\partial x^2} - 2\dfrac{\partial\psi}{\partial x}\dfrac{\partial\psi}{\partial y}\dfrac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} + \left(\dfrac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2\dfrac{\partial^2\psi}{\partial y^2}. \end{cases}$$

Es ist ferner nach (16.) und (13.)

$$(17.)\qquad |\{\varrho[w_0+w_1]-\varrho[w_0]\}(x_2,y_2)-\{\varrho[w_0+w_1]-\varrho[w_0]\}(x_1,y_1)| \leqq 36\Gamma_1(\Gamma_0+\Gamma_1)^2\sqrt{r_{12}}.$$

Es sei nun ε irgendeine von Null verschiedene, positive Zahl, die kleiner als 1 ist; wir wollen jetzt der Konstanten a die Bedingung auferlegen:

$$(18.)\qquad a^2 < \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)^2}{36a}, \qquad (0<\varepsilon<1),$$

dann folgt jedenfalls aus (14.), (15.), (17.):

$$(18).\qquad \begin{cases} \Gamma_1 \quad \varepsilon\Gamma\;, \\ a^2|\varrho[w_0+w_1]-\varrho[w_0]| \leqq \dfrac{1}{a}\varepsilon\Gamma_1, \\ |a^2\{\varrho[w_0+w_1]-\varrho[w_0]\}(x_2,y_2)-a^2\{\varrho[w_0+w_1]-\varrho[w_0]\}(x_1,y_1)| \leqq \dfrac{1}{a}\varepsilon\Gamma_1\sqrt{r_{12}}. \end{cases}$$

Wir bilden jetzt die im Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung) mit ihren ersten und zweiten Ableitungen endliche, eindeutige und stetige Funktion:

$$w_2(x,y),$$

welche den Bedingungen genügt:

$$(19.)\qquad \begin{cases} \Delta w_2 = -a^2\varrho[w_0+w_1]+a^2\varrho[w_0], \text{ in dem Kreise,} \\ w_2 = 0, \text{ an der Kreisperipherie,} \end{cases}$$

dann hat nach Satz II des II. Abschnittes und nach (18.) die Funktion w_2 jedenfalls die Eigenschaften:

$$(20.)\qquad \begin{aligned} |D_1 w_2| &\leqq \Gamma_2\,, \\ |D_2 w_2| &\leqq \Gamma_2\,, \end{aligned}$$

$$(21.)\qquad \left\{ \begin{aligned} |D_1 w_2(x_2, y_2) - D_1 w_2(x_1, y_1)| &\leqq \Gamma_2 \sqrt{r_{12}}\,, \\ |D_2 w_2(x_2, y_2) - D_2 w_2(x_1, y_1)| &\leqq \Gamma_2 \sqrt{r_{12}}\,, \end{aligned} \right.$$

wo:

$$(22.)\qquad \Gamma_2 \leqq \varepsilon \Gamma_1\,.$$

Nach (20.) ist — mit Rücksicht auf die allgemeine Formel (16.) — der Ausdruck:

$$(23.)\qquad |\varrho[w_0 + w_1 + w_2] - \varrho[w_0 + w_1]| \leqq 12 \Gamma_2 (\Gamma_0 + \Gamma_1 + \Gamma_2)^2 :$$

es ist ferner nach (21.) — wieder mit Rücksicht auf die allgemeine Formel (16.):

$$(24.)\qquad \left\{ \begin{aligned} &\Big| \big\{ \varrho[w_0 + w_1 + w_2] - \varrho[w_0 + w_1] \big\} (x_2, y_2) - \big\{ \varrho[w_0 + w_1 + w_2] - \varrho[w_0 + w_1] \big\} (x_1, y_1) \Big| \\ &\qquad\qquad \leqq 36 \Gamma_2 (\Gamma_0 + \Gamma_1 + \Gamma_2)^2 \sqrt{r_{12}}\,. \end{aligned} \right.$$

Mit Rücksicht auf (18.) folgt aus (22.), (23.), (24.):

$$(25.)\qquad \left\{ \begin{aligned} &| a^2 \varrho[w_0 + w_1 + w_2] - a^2 \varrho[w_0 + w_1] | \leqq \frac{1}{\alpha} \varepsilon \Gamma_2\,, \\ &| a^2 \{ \varrho[w_0 + w_1 + w_2] - \varrho[w_0 + w_1] \} (x_2, y_2) - a^2 \{ \varrho[w_0 + w_1 + w_2] - \varrho[w_0 + w_1] \} (x_1, y_1) | \\ &\qquad\qquad \leqq \frac{1}{\alpha} \varepsilon \Gamma_2 \sqrt{r_{12}}\,. \end{aligned} \right.$$

In dieser selben Weise fortgehend, ergeben sich nun, wenn wir sukzessive die Funktionen $w_j(x, y)$ als die im Kreisinnern (mit Einschluß der Begrenzung) mit ihren ersten und zweiten Ableitungen endlichen, eindeutigen und stetigen Funktionen definieren, welche den Bedingungen genügen:

$$(26.)\qquad \left\{ \begin{aligned} &\Delta w_j = -a^2 \{ \varrho[w_0 + w_1 + \cdots + w_{j-1}] - \varrho[w_0 + w_1 + \cdots + w_{j-2}] \}, \text{ in dem Kreise,} \\ &w_j = 0\,, \text{ an der Kreisperipherie,} \qquad\qquad (j = 1, 2, 3 \cdots) \end{aligned} \right.$$

die folgenden Formeln:

$$(27.)\qquad \left\{ \begin{aligned} |D_1 w_j| &\leqq \Gamma_j\,, \\ |D_2 w_j| &\leqq \Gamma_j\,. \end{aligned} \right.$$

$$(28.)\qquad \left\{ \begin{aligned} |D_1 w_j(x_2, y_2) - D_1 w_j(x_1, y_1)| &\leqq \Gamma_j \sqrt{r_{12}}\,, \\ |D_2 w_j(x_2, y_2) - D_2 w_j(x_1, y_1)| &\leqq \Gamma_j \sqrt{r_{12}}\,. \end{aligned} \right.$$

wo:

(29.) $$\Gamma_j \overline{\overline{<}} \varepsilon \Gamma_{j-1} .$$

Damit ist aber bewiesen, daß

(30.) $$w = a(w_0 + w_1 + w_2 + \cdots + w_j + \cdots)$$

die Lösung des vorgelegten Problems ist, falls:

(31.) $$|a| \overline{\overline{<}} \delta$$

und

(32.) $$\delta^2 = \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)^2}{36\alpha},$$

wobei man für ε irgendeine von Null verschiedene, positive Zahl setzen kann, die kleiner als 1 ist[1].

[1] Über die Bedeutung von α vgl. die Anmerkung zu S. 34.









